TARTALOM

A GEOMETRIAI OPTIKA ALAPTÖRVÉNYEI

BEVEZETÉS

Mióta ember létezik, mindig kereste a helyét, nemcsak a Földön, hanem a Világegyetemben (Univerzumban) is. Erre vonatkozóan a legtöbb információt a látás képessége miatt a fény szolgáltatta.

Ha felhőtlen nyári éjszakán az égre tekintünk, csodálatos látványban lesz részünk: sokezernyi csillag ontja fényét felénk, mintha múltjukról akarnának mesélni nekünk. Akkor is „teszik" ezt, amikor már nem léteznek, mert energiájukat szétsugározták a Világmindenségbe. A csillagok fénye teszi lehetővé, hogy az ember meghatározza helyét az Univerzumban, és következtessen annak kialakulására, fejlődésére is. Tehát a csillagok, a távoli világok kizárólag csak a kibocsátott fényük által üzennek nekünk. A fényjelenségek teszik lehetővé a szabad szemmel nem látható, ún. mikrovilág tanulmányozását és megértését is.

A fény – szűkebb értelemben – az elektromágneses hullámok 0,38 μm és 0,78 μm közé eső hullámhosszú tartománya, vagyis a szemünkkel érzékelhető (látható) elektromágneses hullám. Tágabb értelemben ide soroljuk az általunk nem látható ultraibolya (ibolyán túli) és infravörös hullámokat is.

Az optika vagy fénytan a fizikának a fény és a látás tulajdonságaival foglalkozó fejezete. Lényegében a 0,01 μm és a 100 μm közötti hullámhossz-tartományba eső elektromágneses hullámok fizikája.

Az optikát általában két fejezetben tárgyaljuk:

1. Geometriai optika – ennek alapvető fogalma a minden határon túl vékony fénnyaláb, a fénysugár. Értelmezhetjük úgy is, mint a fénytérben egy tetszőlegesen kiválasztott fényterjedési irányt. Mivel homogén közegben két pont között a fény egyenes vonalban terjed, a fénysugarat terjedési iránya mentén a két ponton átmenő egyenessel ábrázoljuk. Az egyenes mentén való terjedést bizonyítják az árnyékjelenségek is.

2. A fizikai optika az optika másik fejezeteként a fény természetével, hullámjellegének, illetve részecskejellegének a leírásával foglalkozik. Tanulmányozza a fény különböző anyagokkal való kölcsönhatásait. A fizikai optika fejezetei:

a) hullámoptika, mely a fényjelenségeket a fény hullámelméletével magyarázza;

b) fotonoptika, mely a jelenségeket a fény részecskeelmélete alapján tárgyalja;

c) fotometria, mely a sugárzások mennyiségi mérésére alkalmas mennyiségek értelmezésével és mérésével foglalkozik.

A geometriai optika területén végzett kezdeti kutatások kísérleti úton négy alaptörvényt ismertek fel, amelyekkel megoldhatók a tudományággal kapcsolatos feladatok. Ezek a következők:

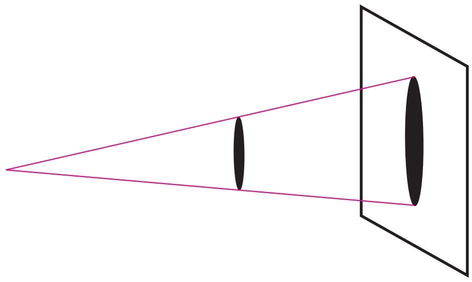
1. A fény egyenes vonalú terjedése homogén közegben
2. A fénysugarak függetlenségének törvénye
3. A fény visszaverődésének törvénye
4. A fény törésének törvénye

1.1. A FÉNY EGYENES VONALÚ TERJEDÉSÉNEK TÖRVÉNYE

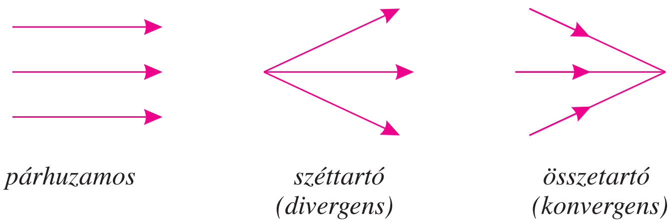
A törvény kifejezi, hogy a fény homogén és izotróp* közegben egyenes vonalban terjed. Egy tetszőlegesen kiválasztott terjedési irányt (minden határon túli keskeny nyalábot) sugárnak nevezünk. Homogén közegben a fénynyaláb minden sugara egyenes vonalban terjed.

---

* Izotróp: optikai szempontból azt jelenti, hogy az adott közeg a fény terjedésének szempontjából minden irány szerint azonos tulajdonságú.



1. ábra. Az árnyék keletkezése a fény egyenes vonalban való terjedésének a következménye



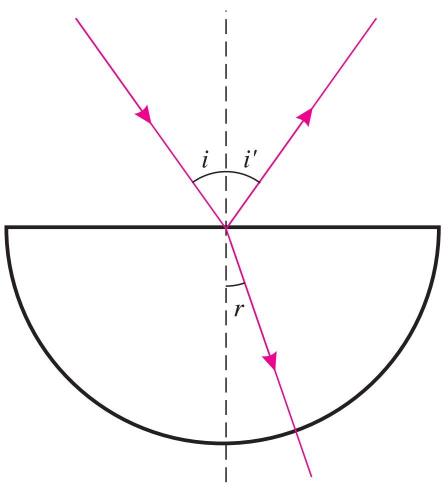
2. ábra. Párhuzamos, széttartó (divergens), összetartó (konvergens) fénynyaláb

A fénynyaláb lehet párhuzamos, széttartó és összetartó. Ez utóbbi kettőt homocentrikus nyalábnak nevezzük, ha egy pontból indult ki, vagy egy pont felé tart.

1.2. A FÉNYNYALÁBOK FÜGGETLENSÉGÉNEK TÖRVÉNYE

A fénynyalábot egymástól elkülöníthető részekre oszthatjuk. Azt tapasztalták, hogy ezek hatása független attól, hogy más nyalábok egyidejű hatását felfüggesztettük-e vagy sem. (Ez a törvény csak sajátos esetekben igaz. A későbbiekben – a fényinterferencia tanulmányozásakor – tanulunk olyan esetekről is, amikor ez a megállapítás nem alkalmazható.)

1.3. KÉT ÁTLÁTSZÓ, HOMOGÉN ÉS IZOTRÓP KÖZEG HATÁRFELÜLETÉN LEJÁTSZODÓ FÉNYJELENSÉGEK. FÉNYVISSZAVERŐDÉS ÉS FÉNYTÖRÉS



3. ábra. A beeső sugár és a beesési merőleges által alkotott i szög a beesési szög. A visszavert sugár és a beesési merőleges által alkotott i'szög a visszaverődési szög. Az r a megtört sugár és a beesési merőleges alkotta törési szög. A beesési merőleges: a fény beesésének pontjában a két közeget elválasztó határfelületre emelt merőleges

Helyezzünk a Hartl-korongra (optikai korongra) üvegből készült félkorongot, és ejtsünk rá fénysugarat úgy, hogy a rá rajzolt vonal a beesési merőleges legyen.

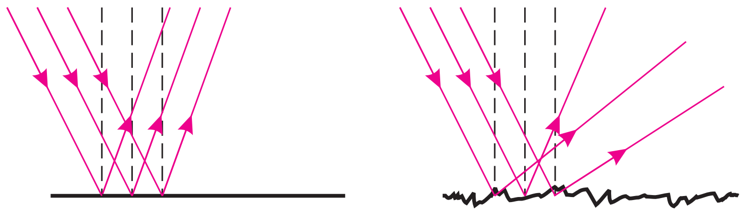
A kísérletben azt tapasztaljuk, hogy a beeső sugár részben visszaverődik, vagyis a két közeget elválasztó határfelületről visszatér ugyanabba a közegbe, amely felől érkezett (a mi esetünkben a levegőbe), részben pedig behatol a második közegbe (az üvegbe), ahol megváltozott iránnyal halad tovább (*fénytörés*). Olvassuk le a Hartl-korongról az i, az i' és az r szöget! Vegyük figyelembe, hogy a levegőben haladó beeső és a visszavert sugár, valamint az üvegben haladó megtört sugár is jól láthatóan nyomot hagytak a Hartl-korongon. Ezekből az adatokból állapítsuk meg az észlelt jelenségek törvényeit!

1.3.1. A FÉNYVISSZAVERŐDÉS TÖRVÉNYEI

I. A visszavert sugár a beeső sugár és a beesési merőleges egy síkban vannak (a visszavert sugár a beesési síkban van*).

II. A visszaverődési szög számértéke egyenlő a beesési szöggel: $i' = i$.

Megjegyzés. Ha tökéletesen sík felületre párhuzamos sugárnyaláb érkezik, a visszavert nyaláb is párhuzamos lesz. Ha a visszaverő felület egyenetlen, akkor párhuzamos beesés esetén sem lesznek a visszavert sugarak párhuzamosak (szórt visszaverődés, 4. ábra). Szerencsénkre a füzetlapok, a könyvek lapjai, a falak, általában a környezetünk tárgyainak felületei szórtan verik vissza a fényt.



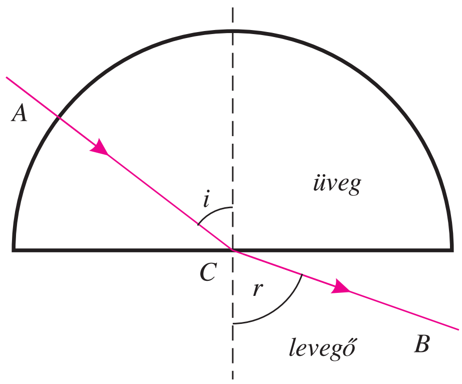
4. ábra

Ha az előbbi visszavert sugarakból beeső sugarakat hozunk létre, akkor az előbbi beeső sugarak helyén alakulnak ki a visszavert sugarak. Ez a fénysugarak megfordíthatóságának elve.

A visszaverődés törvényeit már időszámításunk előtt 300 évvel ismerte Eukleidész is. (Valószínű, hogy még előtte is ismerték.)

1.3.2. A FÉNYTÖRÉS TÖRVÉNYEI

Ejtsünk fényt levegőből üvegre. A Hartl-korong felhasználásával állapítsuk meg az i beesési szöghöz tartozó r törési szöget. Azt tapasztaljuk, hogy $r < i$. Tekintsük I.-es közegnek azt, amelyikből érkezik, II.-es közegnek pedig azt, amelyikbe behatol a fény. Ha a törési szög kisebb, mint a beesési szög, akkor a második közeget optikailag sűrűbb közegnek tekintjük, mint az elsőt. Ha a fény üvegből halad levegőbe, akkor $r > i$. Ez következik a sugarak megfordíthatóságának az elvéből is.



5. ábra. Ha a fény sűrűbb közegből halad a ritkább felé, akkor r > i

Olvassuk le a Hartl-korongról a beesési szög és a hozzá tartozó törési szög értékét! Ha változtatjuk a beesési szöget, akkor a törési szögek is változnak. Jegyezzük fel az i és r szögek egymáshoz tartozó értékeit. A kísérletekből a következő törvényeket állapíthatjuk meg:

I. A fénytörés első törvénye: a megtört sugár, a beeső sugár és a beesési merőleges egy síkban van (a megtört sugár a beesési síkban van).

II. A fénytörés második törvénye: a beesési szög szinuszának és a törési szög szinuszának a hányadosa két adott közegre vonatkozóan állandó:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21}\,. \qquad (1)$$

ahol n_{21} a második közeg első közegre vonatkozó törésmutatóját jelenti. Ha megfordítanánk a sugarak útját, vagyis az előbbi megtört sugár (CB) lenne a beeső sugár (BC), akkor a megtört

* A beeső sugár és a beesési merőleges által alkotott síkot beesési síknak nevezzük.

sugár *CA* lenne. Ebből következik, hogy az első közeg másodikra vonatkozó törésmutatója, n_{12} a második elsőre vonatkozó törésmutatójának a fordított értékével egyenlő: $n_{12} = \frac{1}{n_{21}}$.

Felsőbb osztályokban tanulni fogjuk, hogy a fénytörés jelensége annak a következménye, hogy a fény terjedési sebessége megváltozik, amikor az egyik közegből a másikba hatol. Ha optikailag ritkább közeg felől lép optikailag sűrűbb közegbe, akkor a sebessége csökken, és fordítva. Bizonyítható, hogy

$$n_{21} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}, \tag{2}$$

ahol v_1 az első közegbeli, v_2 pedig a második közegbeli fénysebesség. Ezért: $\frac{v_1}{v_2} = n_{21}$.

A táblázatok az egymáshoz viszonyított (*relatív*) törésmutatók helyett a légüres térre vonatkozó, ún. *abszolút törésmutatókat* tartalmazzák. Ha a fény légüres térből érkezne c sebességgel egy olyan közegbe, amelyben a sebessége v-re változik, akkor

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{c}{v} = n, \tag{3}$$

ahol az i a légüres térhez tartozó beesési szög, az r pedig a második közeghez tartozó törési szög. A (3)-ból következik:

$$v = \frac{c}{n}.$$

Ha a fénytörés második törvényét általánosabbá akarjuk tenni, akkor felírhatjuk:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \tag{4}$$

vagyis a második közeg elsőre vonatkozó törésmutatója (n_{21}) a második közeg abszolút törésmutatójának (n_2) és az első közeg abszolút törésmutatójának (n_1) a hányadosával egyenlő. Így:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}; \text{ vagy}$$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r. \tag{5}$$

1.3.3. Teljes visszaverődés. Határszög

Rögzítsük az üvegből készült félkorongot a Hartl-rendszerhez úgy, ahogy azt az 5. ábra mutatja. Az *AC* beeső sugár a *C* pontban lép ki az üvegből a levegőbe*. Az r törési szög nagyobb az i beesési szögnél, mert a fény optikailag sűrűbb közegből, üvegből lépett optikailag ritkább közegbe, levegőbe. Növeljük a Hartl-korong forgatásával a beesési szöget (6. ábra). Azt láthatjuk, hogy a törési szög is nő, mégpedig gyorsabban mint a beesési szög.

Egy adott (l) beesési szög esetén a törési szög 90°-os. Azt a beesési szöget, amelyhez 90°-os törési szög tartozik, az optikailag ritkább közegnek a sűrűbbre vonatkozó határszögének nevezzük.

---

* Az A pontból induló sugár, amikor az üvegbe lépett, azért nem változtatott irányt, mert a korong sugara mentén haladt, a sugár pedig merőleges a görbült felületre.

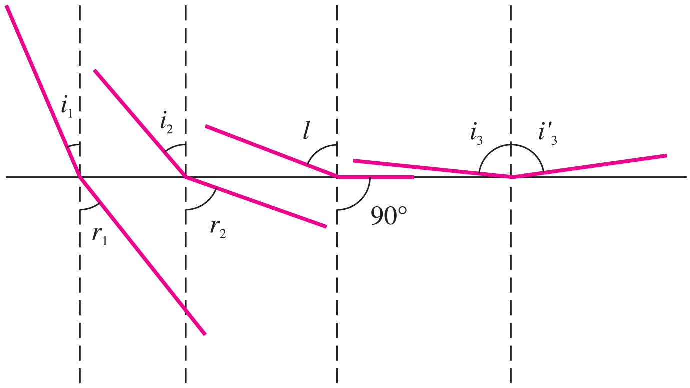
Ha a beesési szög nagyobb a határszögnél ($i > l$), akkor az optikailag sűrűbb közegből a ritkább közegbe nem lép ki fény. Ilyenkor *teljes visszaverődés* jön létre.

Alkalmazzuk a fénytörés második törvényét, ha $i = l$:

$$\frac{\sin l}{\sin 90°} = \frac{n_{\text{ritkább}}}{n_{\text{sűrűbb}}}. \tag{6}$$

Mivel $\sin 90° = 1$,

$$\sin l = \frac{n_{\text{ritkább}}}{n_{\text{sűrűbb}}} \text{ és } l = \arcsin \frac{n_{\text{ritkább}}}{n_{\text{sűrűbb}}}.$$



6. ábra

Ha a ritkább közeg levegő, akkor $n_{\text{ritkább}} \approx 1$, így

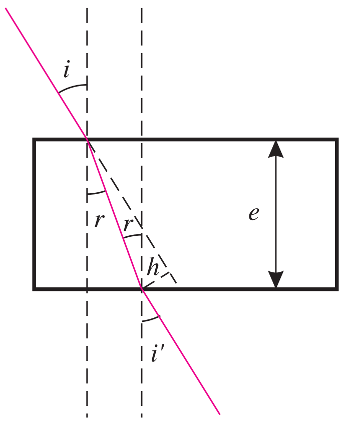
$$\sin l = \frac{1}{n_{\text{sűrűbb}}} \text{ vagy } l = \arcsin \frac{1}{n_{\text{sűrűbb}}}. \tag{7}$$

Láthatjuk, hogy a határszög csak a két közeg abszolút törésmutatójától függ.

1.3.4. Fénytörés síkpárhuzamos lemezen

Figyeljünk meg nyitott ablakon keresztül egy kinti tárgyat, majd csukjuk be az ablakot. Azt észlelhetjük, hogy a kinti tárgy kissé elmozdult előző helyzetéhez viszonyítva. A valóságban az ablakon (közel síkpárhuzamos lemezen) át megfigyelt tárgy képe mozdult el. Helyezzünk Hartl-korongra síkpárhuzamos lemezt, és ejtsünk rá fénysugarat. A fény a két törőfelületen jól láthatóan megtörik, és a kilépő sugár a belépőhöz képest eltolódik (7. ábra).

Alkalmazzuk a fénytörés második törvényét mindkét törőfelületre, és bizonyítsuk be, hogy az i' kilépési szög egyenlő a belépési szöggel, ezért a kilépő sugár párhuzamos a belépő sugárral. Fejezzük ki a h eltérítés nagyságát, ha a levegőből érkező fény e vastagságú, n abszolút törésmutatójú üveglemezen halad át úgy, hogy a belépési szög i.



7. ábra

Helyezzünk egymásra több különböző törésmutatójú síkpárhuzamos lemezt, és ejtsünk fényt i beesési szög alatt az egyik lemezre. Bizonyítsuk be, hogy a kilépő sugár most is párhuzamos a beeső sugárral, és bizonyítsuk azt is, hogy a kilépés szöge ebben az esetben is $i' = i$.

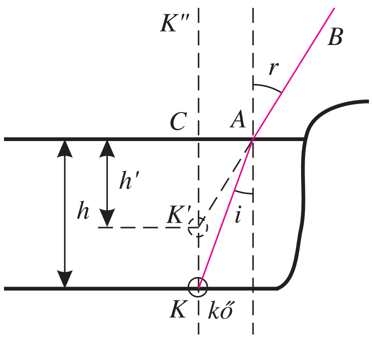
Megoldott feladat

Tiszta vízű tó partján álló ifjú meglát a tó fenekén, a parthoz közel egy követ. Arra a következtetésre jut, hogy bár nem tud úszni, bátran beugorhat a vízbe, mert a tó vize a kő közvetlen közelében nem tűnik mélynek.

Mit tanácsolnátok neki, ugorhat-e, vagy nem?

Megoldás

Valamely tárgypont képét akkor látjuk, ha arról a szemünkbe legalább két sugár érkezik. A tárgyról alkotott képet ott észleljük, ahol a szemünkbe érkező sugarak meghosszabbításai metszik egymást (8. ábra).



8. ábra

A kép megszerkesztésének szempontjából az egyszerűség kedvéért az egyik sugár legyen KK'', mert az merőlegesen esik a víz felszínére (a beesési szög ott nulla), így irányváltoztatás nélkül halad tovább. A másik sugár legyen az i szög alatt beeső sugár, mely r szög alatt megtörik, és AB sugárként érkezik a megfigyelő szemébe. Ezek azt a hatást keltik, mintha a K' pontból indultak volna ki. Ezért K' a K tárgypontnak megfelelő képpont. A megfigyelő tehát a víz h valós mélységét csak $h' = K'C$ értéknek ítéli meg, ami szemmel láthatóan kisebb h-nál.

A $K'CA$ háromszögből

$$CA = h' \operatorname{tg} r, \tag{8}$$

a KCA háromszögből pedig

$$CA = h \operatorname{tg} i. \tag{9}$$

A (8)-ból és a (9)-ből $\dfrac{h'}{h} = \dfrac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} r}$.

Mivel az i és az r szög is nagyon kicsi, alkalmazhatjuk a $\sin i \approx \operatorname{tg} i$, illetve a $\sin r \approx \operatorname{tg} r$ helyettesítést, így: $h' = h\dfrac{\sin i}{\sin r}$ vagy $h' = \dfrac{h}{n_{\text{víz}}}$.

Megjegyzés. A $\dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{n_{\text{levegő}}}{n_{\text{víz}}}$, mert a fény a vízből ment a levegőbe, és $n_{\text{levegő}}$ közelítőleg 1.

Mivel $n_{\text{víz}} = \dfrac{4}{3}$, $h' = \dfrac{3h}{4}$. A megfigyelőnek tehát óvatosnak kell lennie, mert a víz mélysége nagyobb annál, mint amilyennek ő látja.

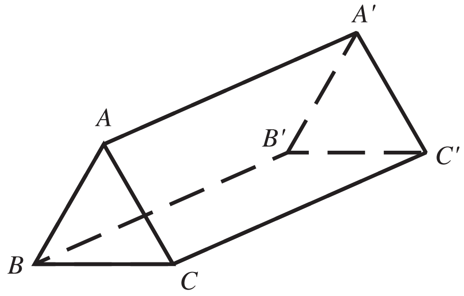
Kérdések és feladatok

1. Ha a nem túl zsúfolt autóbusz jobb hátsó ülésén utazó kinéz a mellette levő jobb oldali ablakon, akkor a busztól jobbra levő tárgyakat látja. Ha viszont tekintete az elöl található, ugyancsak jobb oldali ablakokra téved, akkor azokban a búsztól balra található tárgyakat látja. Magyarázzátok meg a jelenséget! (Útmutatás: a 3. ábra alapján ejtsünk fénysugarat a Hartl-korongra. A megtört és a visszavert fénysugár is jól láthatóvá válik. Változtassuk a fény beesési szögét. Ha növeljük azt, akkor a visszavert fény egyre fényesebbé, a megtört sugár pedig egyre halványabbá válik.)

2. A levegő törésmutatóját általában 1-nek vesszük. A valóságban azonban ez az érték csak közel 1. A levegő optikai sűrűsége függ a hőmérsékletétől: a melegebb levegő kisebb optikai sűrűségű. Ennek ismeretében magyarázzátok meg a délibáb jelenségét! Miért jelenik meg gyakran sivatagos területek fölött?

3. Vízzel telt edény alján fényforrás található. Megvalósítható-e átlátszatlan koronggal az, hogy a víz felszínét egyetlen fénysugár se hagyja el? Magyarázzátok meg a jelenséget!

4. Miért igényel nagyon nagy szakértelmet a gyémántok csiszolása? Magyarázzátok meg!



9. ábra

1.3.5. Optikai prizma

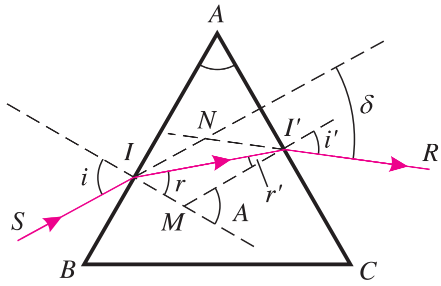
Az optikai prizma homogén átlátszó anyagú test, melynek két felülete egymást metsző sík lap (a prizmának rendszerint három sík lapja van, lásd a 9. ábrát).

A prizmára eső fénysugár kétszer törik meg: először beeséskor, másodszor a prizma anyagából való kilépéskor.

Azt a két sík lapot, amelyen a fény belép, illetve kilép, törőfelületnek nevezzük. A törőfelületek által meghatározott szög a törőszög. A törőfelületek metszésvonalát törőélnek nevezzük. A törőéllel szemben fekvő oldal az alaplap. A törőélre merőleges sík a prizma főmetszete.

Ha az $AA'BB'$ és az $AA'CC'$ a 9. ábrán feltüntetett prizma törőfelületei, akkor a törőszög A, a törőél AA', az alaplap a $BB'CC'$ lap, a főmetszet pedig lehet az ABC sík.

A sugarak útjának szemléltetésére a fénytani prizmát a legtöbb esetben a főmetszetével ábrázoljuk (10. ábra).



10. ábra

◆ *A levegőben levő prizma egyenletei*

Az SI sugár i szög alatt esik az első törőfelületre, ahol r szög alatt megtörik. Ha alkalmazzuk erre a fénytörés második törvényét, megkapjuk a prizmára vonatkozó első egyenletet:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n. \tag{10}$$

A második törőfelületre r' szög alatt esik be és i' szög alatt törik meg. Az $I'R$ sugár tehát az i' kilépési szög alatt törik meg. Ha alkalmazzuk erre a törőfelületre a fénytörés törvényét, megkapjuk a prizmára vonatkozó második törvényt:

$$\frac{\sin i'}{\sin r'} = n. \tag{11}$$

Az $II'M$ háromszögben az egyik külső szög éppen a két beesési merőleges metszéspontjában jön létre. Mivel ezek merőlegesek az AB, illetve az AC oldalakra, harmadik egyenletként írhatjuk:

$$A = r + r'. \tag{12}$$

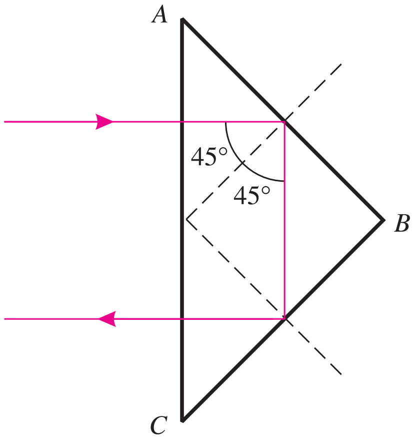
A kilépő sugár ($I'R$) és a belépő sugár (SI) által bezárt szöget eltérítési szögnek nevezzük. Ez az INI' háromszög külső szöge, így írhatjuk: $\delta = i - r + i' - r' = i + i' - (r + r')$, innen a negyedik egyenlet:

$$\delta = i + i' - A. \tag{13}$$

Bizonyítható, hogy az eltérítési szögnek minimuma van, ha $i = i'$. Ekkor az $r = r'$ kapcsolatnak is fenn kell állnia, tehát $r = \dfrac{A}{2}$ és $\delta_{\min} = 2i - A$, a fénytörés törvénye pedig a következő alakban írható:

$$n = \frac{\sin \dfrac{\delta_{\min} + A}{2}}{\sin \dfrac{A}{2}}. \tag{14}$$

Ha szögmérésre használt goniométerrel megmérjük a legkisebb eltérítés szögét, akkor a prizma törőszögét ismerve, a (14) egyenlőség alapján meghatározható az n törésmutató.



11. ábra

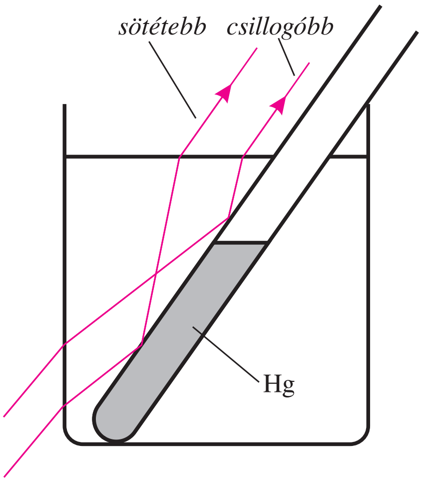
◆ *Teljesen visszaverő prizma*

A prizmakészletünkből vegyük ki az $n = \frac{3}{2}$ törésmutatójú prizmát, melynek a főmetszete egyenlő szárú háromszög (11. ábra).

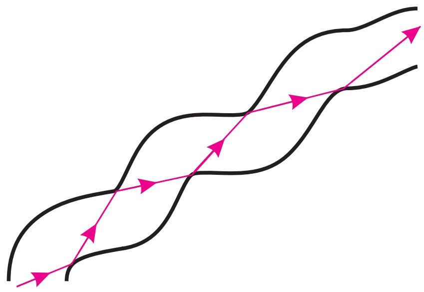
Ha a háromszög két egyenlő szára egymásra merőleges ($B = 90°$), akkor az A és C szög mindegyike 45°. Ejtsünk fényt az AC oldalra merőlegesen. Ez irányváltozás nélkül halad át a prizmán, így i = 45°-os szög alatt esik az AB lapra. Mivel a határszög $l = \arcsin\frac{1}{n} = \arcsin\frac{2}{3} = 41{,}8°$ kisebb, mint az i, a fény az AB oldallapról teljesen visszaverődik, így a határszögnél nagyobb szög alatt esik a BC lapra, ahonnan teljesen visszaverődik. A teljesen visszaverő prizmát egyes optikai rendszerek (például távcsövek) felépítésében hasznosítják.

◆ *A teljes visszaverődésen alapuló jelenségek*

A levegőbuborékkal bevont tárgyak a vízben jobban csillognak a víz és a buborék határán létrejövő teljes visszaverődés következtében. Helyezzünk vízbe higannyal félig töltött kémcsövet (12. ábra).



12. ábra



13. ábra

Az üres rész a teljes visszaverődés következtében jobban tükröz, mint a fémesen visszaverő higanyos rész. Ha üvegrúdba körkeresztmetszetű felületére (egyik végére) fényt bocsátunk, a fény a rúd tág határok közötti hajlítása esetén sem lépi túl a hengeres felületet, eljut a másik körkeresztmetszetű felületig, a rúd másik végéig (13. ábra).

Ezt a tulajdonságot széles körben alkalmazzák orvosi vizsgálatok céljára. Ezen a jelenségen alapulnak a világító szökőkutak, ebben az esetben a fénysugár a vízsugarakban terjed.

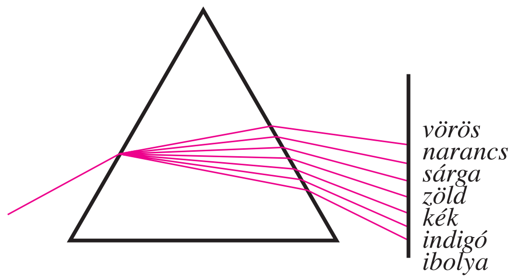
◆ *A prizma képalkotása*

A 10. ábrán láthattuk, hogy a prizma a ráeső fényt az alapja felől téríti el, ha anyagának optikai sűrűsége nagyobb a környezeténél. Ha egy tárgypontból legalább két sugár esik a prizmára úgy, hogy mindkettő a szemünkbe jut, akkor a tárgypont képét a szemünkbe érkező sugarak meghosszabbításában látjuk, valahol a törőél felé eltolódva. Erről könnyen meggyőződhetünk, ha prizmán át nézünk egy tárgyat. Állíthatjuk úgy is a prizmát, hogy a törőéle lent legyen. Ilyenkor a képet lent keressük.

◆ *A prizma által létrehozott fényszóródás*

Ejtsünk fehér fényt a prizmára. A kilépő sugarakat irányítsuk fehér ernyőre. Ezen vörös, narancs, sárga, zöld, kék, indigó és ibolya szín jelenik meg a prizma alapja felé tolódva*. Az említett színek tovább már nem bonthatók. Erről meggyőződhetünk, ha a színképet megkísérelnénk egy másik prizmával tovább bontani. A prizma tehát nemcsak megtöri, hanem fel is bontja alkotó összetevőire a fényt. Az alkotó összetevők a rezgések frekvenciáiban különböznek egymástól. Az azonos frekvenciájú rezgésekkel jellemezhető fényt monokromatikusnak nevezzük.

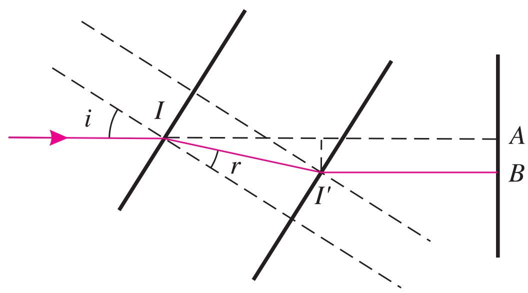
A 14. ábrán bemutatott kísérletből arra a következtetésre juthatunk, hogy valamely anyag törésmutatója nemcsak az anyagtól függ, hanem a fénysugárzás frekvenciájától is. Az ibolyára vonatkoztatott törésmutató nagyobb, mint a vörösre vonatkoztatott. Ha a fénytörés jelenségének leírásával tanultakat összevetjük a mostani megállapításokkal, láthatjuk, hogy valamely anyagon a látható sugárzások közül a vörös fény halad át a legnagyobb sebességgel, az ibolya pedig a legkisebbel.



14. ábra

Megoldott feladatok

1. Egy fénysugár merőlegesen esik egy ernyőre, annak A pontjába. Helyezzük a sugarak útjába az $e = 10$ cm vastagságú $n = \sqrt{2}$ törésmutatójú síkpárhuzamos lemezt úgy, hogy az első felületre a fény $i = 45°$ alatt essék be. Határozzuk meg azt az AB távolságot, mellyel a lemezből kilépő sugár a beeső sugártól eltávolodott.



15. ábra

Megoldás

A 15. ábrából láthatjuk, hogy az $AB = h$ eltérítés

$$h = AB = II' \sin(i - r) \text{ és} \tag{15}$$

$$II' = \frac{e}{\cos r}. \tag{16}$$

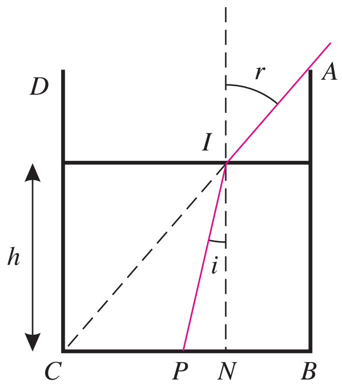
Ha a (16)-t behelyettesítjük a (15)-be, kapjuk

$$AB = \frac{e \sin(i - r)}{\cos r}.$$

Mivel $n = \dfrac{\sin i}{\sin r}$ és $i = 45°$, $\sin r = \dfrac{1}{2}$, ahonnan $r = 30°$, tehát $AB = \dfrac{e \sin 15°}{\cos 30°}$ 3 cm.

---

* Mi hét színről beszélünk, de vannak olyan felosztások is, amelyek az indigót és az ibolyát – ibolya néven említik. Mindegyik összetevőnek számtalan árnyalata van.



16. ábra

2. A 20 cm oldalhosszúságú, kocka alakú edényt vízszintes síkra helyezik. Legyen *ABCD* az edénynek egy függőleges síkmetszete, amely átmegy a *P* fényes ponton (16. ábra).

Egy megfigyelő a *C* és *A* ponton átmenő egyenes mentén helyezkedik el úgy, hogy az üres edény esetén lássa a *C* pontot akkor, ha az onnan érkező sugár közvetlenül az *A* pont mellett halad el. Milyen magasságú, $\sqrt{\frac{5}{2}}$ abszolút törésmutatójú folyadékot kell az edénybe öntenie, ha látni szeretné a *P* pontot, tudva azt, hogy az a *CB* oldal felezőpontjában van?

Megoldás

Mivel kocka alakú az edény, a *CNI* háromszög egyenlő szárú, mert az *NCI*, valamint *NIC* szög egyaránt 45°-os. *N* az *I* ponthoz tartozó beesési merőlegesnek az a pontja, amely átmegy az edény alján. Ebből következik, hogy a folyadékréteg *h* magassága azonos a *CN* szakasz hosszával: $h = IN = CN$, de $CN = CP + PN$.

Ismerve a kocka éleinek *l* hosszát, írhatjuk: $h = \frac{l}{2} + h\,\mathrm{tg}\,i$, ahonnan

$$h = \frac{l}{2\left(1 - \mathrm{tg}\,i\right)}. \qquad (17)$$

A fénytörés törvényéből

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n}, \text{ innen } \sin i = \frac{\sin r}{n} = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \mathrm{tg}\,i = \frac{\sin i}{\cos i} = \frac{\sin i}{\sqrt{1 - \sin^2 i}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{5}}} = \frac{1}{2}.$$

Ha ezt behelyettesítjük a (17) összefüggésbe, kapjuk, hogy $h = 20$ cm.

Tehát az edényt színültig meg kell tölteni folyadékkal.

3. Monokromatikus (azonos frekvenciájú) fény $i = 60°$-os szög alatt esik a prizma törőfelületére, majd $i' = 60°$-os kilépési szöggel távozik. Ismert a prizma anyagának a törésmutatója $n = \sqrt{3}$. Határozzuk meg a törőszöget!

Megoldás

Mivel $i' = i$, a prizma eltérítési szöge minimális, így felírhatjuk:

$$\frac{\sin \frac{\delta_{\min} + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} = n, \text{ ahonnan } \sin \frac{A}{2} = \frac{\sin \frac{\delta_{\min} + A}{2}}{n}$$

Mivel $\delta_{\min} = i + i' - A = 120° - A$, $\sin \frac{A}{2} = \frac{\sin \frac{120° - A + A}{2}}{n} = \frac{\sin 60°}{n} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$ és $A = 60°$.

4. Mi történik abban az esetben, ha a 11. ábrán feltüntetett prizmának az *AB* oldalára merőlegesen beeső fénysugarat juttatunk? Rajzoljuk le a sugarak útját, ha a prizma főmetszete egyenlő szárú háromszög, és az *AB*, valamint a *CB* lapok egymásra merőlegesek $\left(n = \frac{3}{2}\right)$.

1.4. AZ OPTIKAI RENDSZEREKRŐL ÁLTALÁBAN

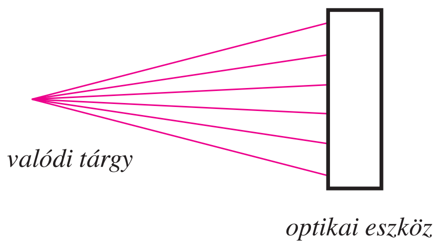
Amint tudjuk, a külvilágról a legtöbb információt látásképességünk alapján szerezzük meg, szemünk segítségével. Ahhoz, hogy a tárgy két végpontjából a szemünkbe jutó fény alapján a két pontot egymástól megkülönböztethessük, a kép méretének el kell érnie egy bizonyos értéket. Ha ugyanis valamely vonalas tárgy két végpontjából a szemünkbe érkező sugarak által bezárt szög, az ún. látószög nem éri el az 1 ívperc körüli értéket (1′), akkor szemünk nem érzékeli, nem látja külön-külön a tárgy két végpontját.

Húzzunk két párhuzamos vonalat egy füzetlapra. Ha közelről nézzük, a két vonal egymástól jól elkülönülve látszik. Ha távolodunk a laptól, egy adott távolságra a két vonalat már nem érzékeljük külön. Például ha a két vonalat 0,3 mm távolságra húzzuk és a lapot 1 m-ről nézzük, akkor a látószög kb. 1 ívperc, tehát a vonalakat külön láthatjuk. Az 1′ a látás határszöge. Könnyű elképzelni, hogy a hozzánk közelebbi tárgyak látószögét úgy növelhetjük meg, hogy az optikai eszközök azokról nagyobb képet alkotnak. Az optikai eszközök üveg, illetve más fénytörő anyagok segítségével teszik lehetővé a látószög növelését. A távoli tárgyak látószögét úgy növelhetjük, ha azok képét szemünkhöz közelebb hozzuk. (Valószínű, hogy senki sem gondolja azt, hogy a Hold megfigyelése esetén optikai eszközökkel a Holdnál nagyobb képet hozunk létre. A műszerek a méreteiben kisebb Holdat a szemünkhöz közelebb hozzák, így nagyobb látószög alatti vizsgálatot tesznek lehetővé.)

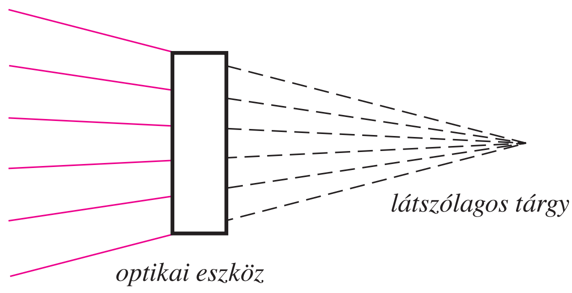
Optikai eszközöket és készülékeket csakis a geometriai fénytan törvényei alapján készíthetünk. Az eszközök a tárgyak pontjairól (a tárgypontokról) képet (képpontokat) alkotnak, ezek együttesen alkotják a tárgy képét. Az optikai eszköz tehát *leképezi* a tárgyat.

Már említettük, hogy egy pontszerű tárgyról számtalan fénysugár esik az optikai eszközökre. A sugarak fénytörés vagy visszaverődés útján kilépnek az eszközből. Ha a kilépő sugarak valóságosan metszik egymást (a kép ernyőn is felfogható), a képet *valódi* vagy *reális* képnek nevezzük. Amennyiben az optikai eszközből kilépő sugaraknak csak a meghosszabbításai metszik egymást, a kép *látszólagos.* Az ilyen kép ernyőn nem fogható fel.

Megjegyzés. Valamely tárgy is lehet valódi, és lehet látszólagos. Valódinak tekintünk egy tárgyat, ha az optikai eszköztől számítva azon az oldalon van, amely felől a fénysugarak ráesnek (17. ábra).



17. ábra



18. ábra

Ha viszont a tárgy azon az oldalon van, amely felől a fénysugarak kilépnek az opikai eszközből, akkor a tárgy látszólagos, más néven *virtuális.* Úgy is mondhatnánk, hogy látszólagos a tárgy, ha a fénysugarak egy pont felé konvergálva esnek az eszközre (18. ábra).

Az optikai eszközök képalkotását a tárgy leképzésének is nevezzük.

Ahhoz, hogy egy tárgyról éles képet nyerjünk, az szükséges, hogy minden tárgypontjáról a kép is egyetlen pontban keletkezzék. Az olyan rendszert, amely egy tárgypontról szigorúan egy pontban alkot képpontot, *sztigmatikus rendszernek* nevezzük. A sztigmatikus eszköznek olyannak kellene lennie, hogy a valamely tárgypontról kiinduló számtalan sugarat az eszközön való áthaladás után egyetlen pontban gyűjtse össze (valódi kép), vagy a sugarak úgy lépnének ki, mintha egyetlen pontból indultak volna ki (látszólagos kép).

A valóságban tökéletesen sztigmatikus rendszer nem létezik, így a tárgypontról képfolt keletkezik. Szemünk sajátos tulajdonságai miatt a kisméretű képfoltokat képpontokként érzékeljük. Ezért elegendő, ha csak közelítő sztigmatizmust valósítunk meg.

Ahhoz, hogy a képfoltok kicsiny méretűek legyenek, csak az optikai eszköz főtengelyével nagyon kis szögeket bezáró, ún. paraxiális sugarakat szabad a képalkotásban szerepeltetni. A többit fényrekeszekkel ki kell zárni a képalkotásból.

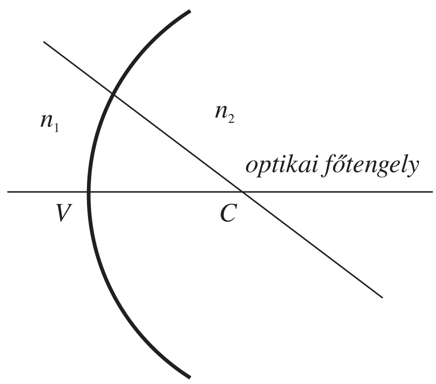
Az egymással összetartozó pontokat – a tárgypontot és a képpontot – konjugált pontoknak nevezzük. A fénysugarak megfordíthatóságának elve alapján a tárgypont és a képpont egymással felcserélhető.

Ahhoz, hogy az optikai eszközök, elsősorban a lencsék képalkotását megérthessük, vizsgáljuk meg a fénytörést gömbfelületen.

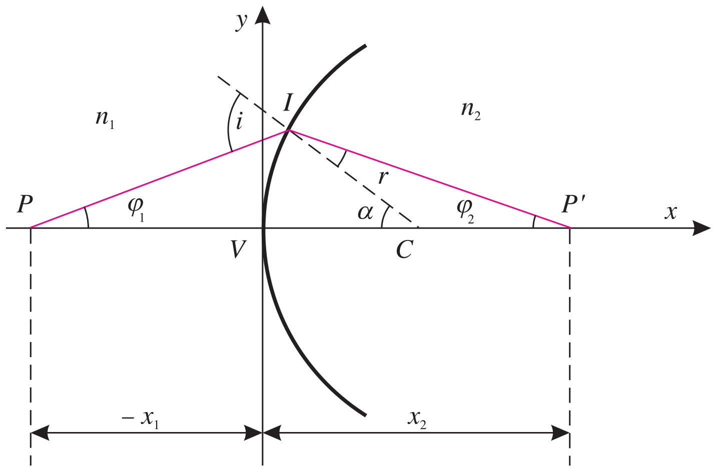
1.4.1. Optikai leképzés gömb- és síkfelületen való törés útján

Két átlátszó, n_1 és n_2 abszolút törésmutatójú közeg az R sugarú gömbsüveg mentén érintkezik egymással. A gömbsüveg középpontja C, csúcsa (tetőpontja) V. A gömb-törőfelületnek az optikai főtengelye a V csúcson és a C görbületi középponton átmenő egyenes (19. ábra).

Tekintsünk optikai melléktengelynek minden más egyenest, amely átmegy a C görbületi középponton.



19. ábra



20. ábra

1.4.2. Gömb (szférikus) törőfelületekre vonatkozó alapösszefüggések

Legyen P' a P tárgypont képe (20. ábra). A P tárgypontról kúp alakú sugárnyaláb esik a két közeget elválasztó törőfelületre, amelyek törés után a P' képpont felé konvergálnak. A képpont helyzetének meghatározásához tehát elégséges két sugarat kiválasztanunk, és meg kell keresnünk, hogy azok hol metszik egymást.

Legyen az egyik sugár az, amelyik az optikai főtengely mentén halad, mert az irányváltozás nélkül jut el P-ből a P'-be. A másik sugár legyen a PI, amely i beesési szög alatt esik a gömb alakú törőfelületre, és r szög alatt megtört IP' sugárként jut el a P' pontba. A feltüntetett sugarak mindegyike paraxiális, mert φ_1 és φ_2 nagyon kicsi szögek.

A tárgyat tartalmazó, n_1 törésmutatójú tartományt *tárgytérnek*, az n_2 törésmutatójú tartományt, ahol az ábránkon most a kép van, *képtérnek* nevezzük.

A gömbfelületekre vonatkozó első alapösszefüggés a konjugált pontoknak (a képpontnak és a tárgypontnak) a csúcstól mért távolságai (PV és $P'V$) között állapít meg összefüggést. Erre vonatkozóan több eljárást is alkalmazhatunk: például az irányított szakaszok módszerét a távolságok kiszámítására. Ilyen esetben például az x tengely mentén mért hosszúságok kiszámításához a fény terjedésének irányában mért szakaszok pozitív (esetünkben az origónak tekintett V csúcstól jobbra esők), a fény terjedésével ellentétes irányba eső szakaszok pedig (most az origótól balra esők) negatív előjelűek. A P és P' pontoknak a V csúcstól mért távolságát úgy állapítjuk meg, hogy a P, illetve P' pont x koordinátájából kivonjuk a V csúcs koordinátáját: $PV = -x_1 - 0 = -x_1$ és $P'V = +x_2 - 0 = +x_2$.

Ilyen meggondolások alapján a PC, valamint a CP' távolság $PC = -x_1 + R$*; $CP' = x_2 - R$.

A 20. ábra alapján keressünk összefüggést a képtávolság és a tárgytávolság között, használjuk fel a két közeg fénytani tulajdonságait jellemző n_1 és n_2 abszolút törésmutatót, valamint a görbületre jellemző R sugarat. Vegyük tekintetbe azt, hogy a képalkotásban csak a paraxiális sugarakat vettük figyelembe, így alkalmazhatjuk a következő két összefüggést:

$$PI \approx PV \tag{18}$$

$$P'I \approx P'V. \tag{19}$$

A PIC és $P'IC$ háromszögekből a szinusztétel alkalmazásával jussunk el a fénytörés törvényéhez:

$$\frac{PI}{\sin\alpha} = \frac{PC}{\sin(\pi - i)}, \tag{20}$$

$$\frac{P'I}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{P'C}{\sin r}. \tag{21}$$

Vegyük figyelembe, hogy $\sin(\pi - i) = \sin i$ és $\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$. Ha ezt a két összefüggést behelyettesítjük a (20) és a (21) összefüggésbe:

$$\frac{PI}{\sin\alpha} = \frac{PC}{\sin i}, \tag{22}$$

$$\frac{P'I}{\sin\alpha} = \frac{P'C}{\sin r}. \tag{23}$$

Mivel a képalkotásban csak a paraxiális sugarak szerepét vettük figyelembe, a $PI \cong PV$, illetve a $P'I \cong P'V$ közelítés alkalmazásával kapjuk:

$$\frac{PV}{\sin\alpha} = \frac{PC}{\sin i}, \tag{24}$$

$$\frac{P'V}{\sin\alpha} = \frac{P'C}{\sin r}. \tag{25}$$

Osszuk el egymással a (23) és a (24) egyenlőség jobb és bal oldalát, hogy a $\frac{\sin i}{\sin r}$ arányt nyerjük:

$$\frac{\frac{P'C}{\sin r}}{\frac{PC}{\sin i}} = \frac{P'V}{PV}, \tag{26}$$

*Ennek a módszernek az a hátránya, hogy kénytelenek vagyunk „vétení" a matematikai szabályok ellen, hogy a feladataink megoldására használható összefüggésekhez jussunk. Így például –x1-gyel jelöltük a tárgy V-től való távolságát, a tárgy konkrét értékét újra negatív előjellel vesszük.

ahonnan: $\dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{P'V \cdot PC}{PV \cdot P'C} = \dfrac{x_2\left(-x_1 + R\right)}{-x_1\left(x_2 - R\right)}$, vagy $\dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{-x_1 x_2 + x_2 R}{-x_1 x_2 + x_1 R}$, illetve

$$-n_1 x_1 x_2 + n_1 x_2 R = -n_2 x_1 x_2 + n_2 x_1 R. \tag{27}$$

Ennek az összefüggésnek mindkét oldalát elosztjuk $x_1 x_2 R$-rel, hogy könnyebben megjegyezhető összefüggéshez jussunk:

$$-\frac{n_1}{R} + \frac{n_1}{x_1} = -\frac{n_2}{R} + \frac{n_2}{x_2}, \text{ ahonnan az}$$

$$\frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \tag{28}$$

összefüggéshez, az első alapegyenlethez jutunk.

◆ *A gömb alakú törőfelület fókuszai (gyújtópontok)*

Ha a szférikus törőfelületre párhuzamos sugárnyaláb esik, akkor azt a pontot, amelyben a felületet elhagyó sugarak egymást metszik, a törőfelület fókuszpontjának (fókuszának) nevezzük. Ez azt is jelenti, hogy a tárgy – akár tárgypont is – a végtelenben van. Könnyű belátni, hogy a szférikus törőfelületnek két fókuszpontja van, mert a fény mindkét közegből kiindulva ráeshet arra.

Ezért, ha x_1, majd x_2 a végtelenhez tart, az első alapösszefüggésből a fókusztávolságot (a fókuszpontnak a csúcstól való távolságát) könnyen meghatározhatjuk.

Ha $x_1 \to -\infty$, akkor

$$x_2 = f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}, \tag{29}$$

ahol f_2 a képfókusz távolsága a csúcstól.

Ha $x_2 \to \infty$, akkor

$$x_1 = f_1 = -\frac{n_1 R}{n_2 - n_1}, \tag{30}$$

ahol f_1 a tárgyfókusz távolsága a csúcstól.

A (29) és a (30) összefüggésből láthatjuk, hogy

$$\frac{f_2}{f_1} = -\frac{n_2}{n_1}, \text{ vagy } \left|\frac{f_2}{f_1}\right| = \frac{n_2}{n_1}. \tag{30′}$$

A (30′) összefüggés helyességéről a következő kísérlettel győződhetünk meg. Töltsünk egyik végén nyitott üveghengerbe benzolt, és zárjuk le a hengert óraüveggel. (A kísérletben azért használunk víz helyett benzolt, mert ennek törésmutatója nagyon közel esik az óraüveg törésmutatójához.) A létrejött rendszerünk alkalmas optikai leképezésre gömbtörőfelületen való fénytörés útján.

Ejtsünk a törőfelületre párhuzamos fénynyalábot a levegő felőli oldalról. A henger belsejében – a benzolban – jól kivehető a fókuszpont helye, melynek a csúcstól való távolságát könnyen lemérhetjük. Ha meghatározzuk a levegőben kialakult fókuszponthoz tartozó távolságot is, meggyőződhetünk a (30′) összefüggés helyességéről.

Ha elosztjuk a (28) összefüggés mindkét oldalát $\dfrac{n_2 - n_1}{R}$-rel, akkor írhatjuk:

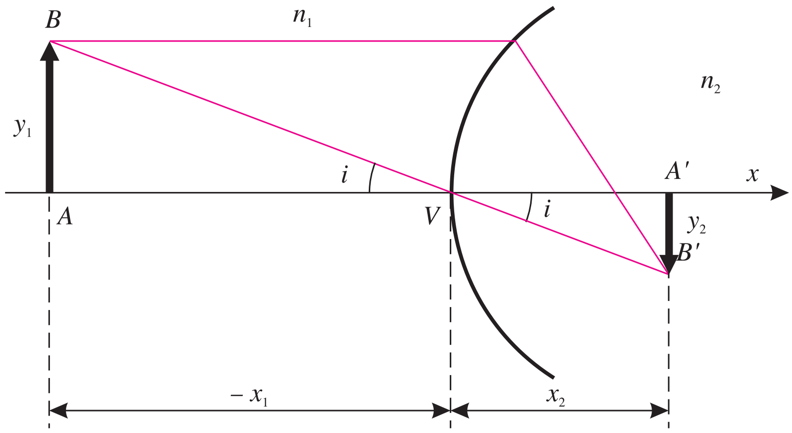
$$\frac{1}{x_2}\frac{n_2 R}{n_2 - n_1} + \frac{1}{x_1}\frac{-n_1 R}{n_2 - n_1} = 1, \text{ vagy } \frac{f_2}{x_2} + \frac{f_1}{x_1} = 1, \tag{31}$$

ami ugyancsak a konjugált pontok csúcstól mért távolságai között fejez ki kapcsolatot.

◆ *Gömb alakú törőfelületre vonatkozó második alapösszefüggés (lineáris nagyítás)*

Szerkesszük meg a főtengelyre merőleges vonalas tárgy képét! Vegyük figyelembe, hogy a tárgypontokról két sugarat kell ráejtenünk a törőfelületre, és meg kell határoznunk azok metszéspontját. Célszerű olyan sugarakat választani, amelyeknek az útját ismerjük. Az AB tárgy A tárgypontja a főtengelyen van, a róla kiinduló fényről tudjuk, hogy az irányváltás nélkül halad át a törőfelületen, ha a főtengely mentén halad. A B tárgypont képalkotásánál használhatjuk az előző fejezetben megállapítottakat, azt hogy a főtengellyel párhuzamosan beeső sugárnak át kell mennie a fókuszponton (21. ábra).

Mivel a tárgy merőleges a főtengelyre, a képnek is merőlegesnek kell lennie arra, ezért elég ha megszerkesztjük a B pont B' képét, és ez utóbbiból merőlegest húzunk a főtengelyre, amelyen megkapjuk az A pont A' képét. A főtengelyre merőleges y tengely irányába eső szakaszok hosszait pozitívnak vesszük, ha azok az y-tengely pozitív tartományába esnek (y_1), és negatívnak, ha a szakasz az y tengely negatív tartományába esik. (A 21. ábrán a zsúfoltság elkerüléséért nem tüntettük fel az y tengelyt, ez a tengely merőleges a főtengelyre, és kezdőpontja a V csúcsban van.) Ennek megfelelően: $AB = y_1 - 0 = y_1$ és $A'B' = -y_2 - 0 = -y_2$.



21. ábra

A vonalas transzverzális nagyítást (β) úgy értelmezzük, hogy az a kép transzverzális vonalas méretének és a tárgy hasonló méretének a hányadosával egyenlő:

$$\beta = \frac{y_2}{y_1}. \tag{32}$$

Az ABV háromszögből

$$y_1 = -x_1 \operatorname{tg} i, \tag{33}$$

az $A'B'V$ háromszögből

$$-y_2 = x_2 \operatorname{tg} r, \text{ ahonnan:} \tag{34}$$

$$y_2 = -x_2 \operatorname{tg} r. \tag{35}$$

Ha a (33)-t és a (34)-t behelyettesítjük a (32)-be, a vonalas transzverzális nagyításra kapjuk:

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{-x_2 \operatorname{tg} r}{-x_1 \operatorname{tg} i} = \frac{x_2 \operatorname{tg} r}{x_1 \operatorname{tg} i}.$$

Mivel paraxiális sugarak vesznek részt a képalkotásban, i és r nagyon kicsi, ezért $\frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i}$ helyett alkalmazhatjuk a $\frac{\sin r}{\sin i}$ közelítést $\left(\frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i} = \frac{\sin r}{\sin i}\right)$, így

$$\beta = \frac{x_2}{x_1}\frac{\sin r}{\sin i}, \quad \text{vagy} \quad \beta = \frac{x_2}{x_1}\frac{n_1}{n_2}. \tag{36}$$

1.4.3. Sík törőfelület

Ha az n_1 és n_2 abszolút törésmutatójú közeget sík felület választja el, akkor sík törőfelületről beszélünk. Az erre vonatkozó alapösszefüggéseket a gömb alakú törőfelületekre vonatkozó összefüggésekből vezetjük le az $R \to \infty$ alkalmazásával. A síkot tehát olyan gömbként fogjuk fel, amelynek görbületi sugara a végtelenhez tart. Így az első alapösszefüggés:

$$\frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = 0, \tag{37}$$

$$\frac{n_2}{x_2} = \frac{n_1}{x_1}, \tag{38}$$

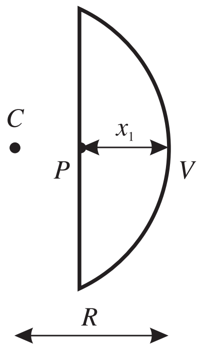
a második alapösszefüggés pedig

$$\beta = 1. \tag{39}$$

Megoldott feladat

Üvegből készült gömbsüveg síklapján a főtengelyen fényes pont van. A gömbsüveg magassága 3 cm, sugara 5 cm, törésmutatója pedig 1,5 cm. A gömbsüveg csúcsától milyen távolságra keletkezik a kép, ha az üveg levegőben van?

Megoldás



22. ábra

Rajzoljuk le a gömbsüveget a rajta levő fényes ponttal. (22. ábra).

Mivel a tárgypont a V csúcstól balra van, x_1 = –3 cm. A görbületi középpont (C) ugyancsak balra van V-től: R = –5 cm. n_1 = 1,5, n_2 = 1.

Alkalmazzuk a gömb törőfelületre a fénytörés első alaptörvényét: $\frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}$.

Behelyettesítés után: $\frac{1}{x_2} - \frac{1,5}{-3} = \frac{1-1,5}{-5}$, ahonnan $x_2 = -2,5$ cm.

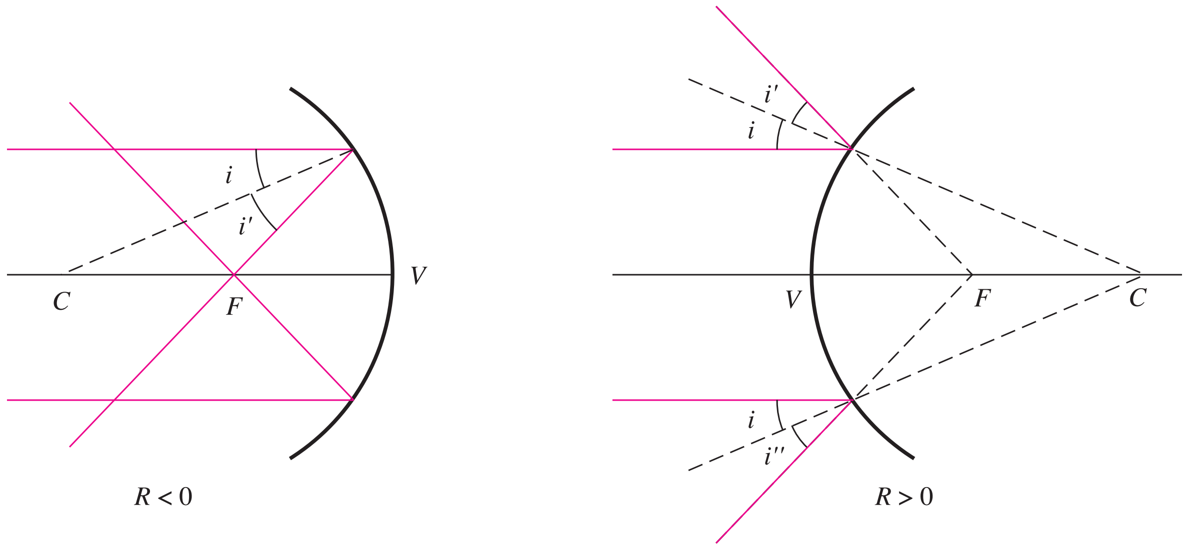
A negatív előjel azt jelenti, hogy a kép a csúcstól balra keletkezett, azaz a törőfelületre beeső sugarak oldalán jött létre, így látszólagos (a gömbfelületen kilépő sugarak meghosszabbításai metszik egymást a csúcstól balra, 2,5 cm távolságra).

1.4.4. Tükrök

A tükrök olyan fényes felületek, melyek a rájuk eső fényt majdnem teljesen visszaverik. Alakjuk szerint lehetnek: gömbtükrök, síktükrök, parabolikus tükrök stb.

1.4.4.1. Gömbtükrök

A gömbtükrök tükröző felülete, a gömbfelület lehet homorú, ha a felület belső része tükröz, illetve domború, ha a külső felület tükröz. Ha homorú a tükör, akkor R < 0, ha pedig domború, akkor R > 0 (23. ábra).



23. ábra

A tükrökre vonatkozó képleteket a gömbfelületre vonatkozó alapösszefüggésekből vezethetjük le, ha a második közeg n_2 törésmutatója helyett az $n_2 = -n_1$-et használjuk, mert a fény visszajutott abba a közegbe, amely felől érkezett a két közeget elválasztó határfelülethez. Ezért az első alapösszefüggésből: $-\frac{n_1}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = \frac{-n_1 - n_1}{R}$, innen

$$\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \frac{2}{R}, \text{ vagy} \tag{40}$$

$$\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \tag{41}$$

egyenletet kapjuk. A nagyítás képlete: $\beta = -\frac{x_2}{x_1}$. Ha $\beta > 0$, akkor a kép egyenes állású, ha $\beta < 0$, akkor a kép fordított állású.

Ha rendre alkalmazzuk az $x_1 \to -\infty$ és az $x_2 \to \infty$ feltételt, megkapjuk a fókusztávolságokat: $f_2 = \frac{R}{2}$, illetve $f_1 = \frac{R}{2}$, azaz a gömbtükröknek egyetlen fókuszpontja van. Ezért a fókusztávolság $f = \frac{R}{2}$, így tükrök esetén a tárgytávolság és képtávolság közötti összefüggést az

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} \tag{42}$$

kifejezés adja.

A fókusztávolság homorú tükör esetén negatív, domború tükör esetén pedig pozitív, hiszen ezek előjele megegyezik a sugár előjelével.

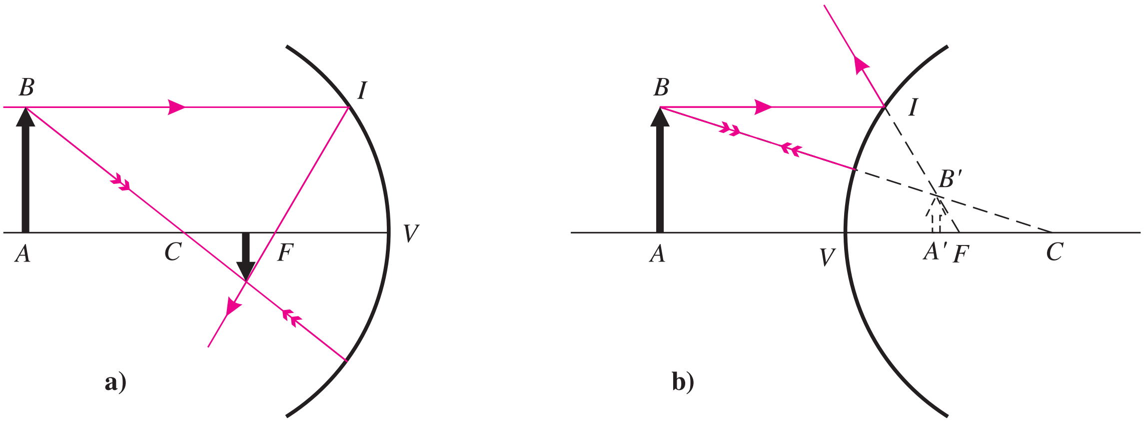
Helyezzünk rendre a Hartl-korongra előbb homorú, majd domború tükröt, és ejtsünk rájuk a főtengellyel párhuzamos sugárnyalábot. Ha itt is alkalmazzuk a paraxiális sugarakra alkalmazott* közelítéseket, akkor azt láthatjuk, hogy a homorú tükörről visszaverődő sugarak a főtengelyt egy pontban metszik (a valódi fókuszban), a domború tükör esetén pedig úgy verődnek vissza, hogy a sugarak meghosszabbításai a főtengely egyik pontjában metszik

* Ezeket a közelítéseket Gauss-féle közelítéseknek nevezzük.

egymást (látszólagos fókusz). Ha úgy ismételjük meg a kísérletsorozatot, hogy a tükrökre valamelyik melléktengelyével párhuzamos sugarakat ejtünk, akkor a metszéspontok, így a mellékfókuszok is azon a melléktengelyen jönnek létre, amellyel a beeső sugarak párhuzamosak voltak.

◆ *Képszerkesztés gömbtükörrel*

A képszerkesztéshez azokat a sugarakat használjuk, amelyekről tudjuk, hogy merre verődnek vissza. A 24. ábrán látható *AB* tárgy merőleges a tükör főtengelyére, így az *A'B'* képnek is merőlegesnek kell lennie arra. Ezért elég a *B* tárgypont képét megszerkeszteni, és abból merőlegest húzni a főtengelyre. Egyik sugárnak válasszuk ki azt, amelyik a *B* pontból indul és



24. ábra

párhuzamos a főtengellyel (*BI*), mert annak a fókuszponton kell áthaladnia homorú tükörről történő visszaverődés esetén (24. *a* ábra), illetve domború tükör esetén úgy kell visszaverődnie a tükörről, mintha a tükör átellenes oldalán levő látszólagos fókuszból indult volna (24. *b* ábra). Második sugárnak választhatjuk azt is, amely a *B* pontból indul, és a görbületi középponton áthaladva (ha homorú a tükör), illetve annak irányába mutatva (domború tükör esetén) esik a tükörre**. A 24. ábráról láthatjuk, hogy az általunk felvett konkrét tárgytávolság esetén a *B* pontból kiinduló és a tükörről visszavert sugarak valóságosan metszik egymást homorú tükör esetén, domború tükröknél pedig a visszavert sugarak meghosszabbításai metszik egymást. Az előbbi esetben a kép valódi, az utóbbiban pedig látszólagos.

Megjegyzés. Ne higgyük azt, hogy a homorú tükör valamely valódi tárgyról mindig valódi képet alkot. Erről úgy győződhetünk meg, hogy megalkotjuk egy, a fókusz és a tükör csúcsa közötti valódi tárgy képét.

A domború tükör – bár valódi tárgyról mindig egyenes állású kicsinyített és látszólagos képet alkot, látszólagos tárgyról alkothat valódi képet is. A tükrök képalkotását egyszerű kísérlettel vizsgálhatjuk. Tárgyként használjunk égő gyertyát, és a valódi képet fogjuk fel ernyőre. Tartsuk az ernyőt a főtengelytől kissé távolabb úgy, hogy ne akadályozza a tárgyról kiinduló fény tükörre esését. A kísérletből (az elvégzett mérésekből) a számítások elvégzésével nyert következtetésekkel azonos következtetésekre jutunk a képtávolság és tárgytávolság kapcsolatára vonatkozóan.

Az $\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1}$ összefüggésből kifejezzük a képtávolságot:

$$x_2 = \frac{f \cdot x_1}{x_1 - f}. \tag{43}$$

** Választhattuk volna második sugárnak azt is, amelyik a fókuszpont irányában halad, mert erről a sugárról tudjuk, hogy a főtengellyel párhuzamosan verődik vissza.

Osszuk el a (41) számlálóját és nevezőjét x_1-gyel, hogy könnyebben kezelhető kifejezéshez jussunk: $x_2=\dfrac{f}{1-\dfrac{f}{x_1}}$.

Közelítsük a végtelenben levő tárgyat a homorú tükörhöz.

– Ha $x_1\to-\infty$, $\Rightarrow \dfrac{f}{x_1}\to 0$ és $x_2=f$; tehát a kép a fókuszban keletkezik.

– Ha $|x_1|>|2f| \;\Rightarrow\; \left|\dfrac{f}{x_1}\right|<\dfrac{1}{2} \;\Rightarrow\; 1-\dfrac{f}{x_1}>\dfrac{1}{2}$ és $|f|<|x_2|<|2f|$.

Tehát, amikor a valódi tárgy még nem érte el a görbületi középpontot, a kép a fókusz és a görbületi középpont között keletkezik. A kép kicsinyített, fordított állású és valódi.

– Ha $x_1=2f \;\Rightarrow\; \dfrac{f}{x_1}=\dfrac{1}{2} \;\Rightarrow\; 1-\dfrac{f}{x_1}=\dfrac{1}{2}$ és $x_2=2f$.

Tehát a görbületi középpontban levő tárgy képe ugyanott keletkezik, a tárggyal egyező méretű, fordított állású és valódi.

A sugarak megfordíthatóságából következik, hogy ha a tárgy a görbületi középponttól halad a fókuszpont felé, a kép a görbületi középponton kívül keletkezik, és annál jobban távolodik a tükörtől, minél jobban közeledünk a fókuszhoz. A fókuszban levő tárgy képe a végtelenben keletkezik.

Ha a fókusztól tovább közelítünk a tárggyal a tükörhöz, akkor $|x_1|<|f| \;\Rightarrow\; \dfrac{f}{x_1}>1 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; 1-\dfrac{f}{x_1}<0$ és $x_2>0$, azaz a kép a homorú tükör háta mögött keletkezik, nagyított, egyenes állású és látszólagos. Ilyen tükröt használnak a borotválkozáshoz. Készítsük el a rajzokat a sugarak megfelelő kiválasztásával.

Hasonlóképpen alkalmazhatjuk az $x_2=\dfrac{f}{1-\dfrac{f}{x_1}}$ összefüggést annak megállapítására is, hogy domború tükör esetén a tárgytávolság függvényében hol keletkezik a kép.

Látható, hogy ha $x_1\to\infty$, $x_2=f$. Mivel $f>0 \Rightarrow x_2>0$, vagyis a kép a tükör másik oldalán keletkezett, azaz a tükörből kilépő sugarakkal ellentétes oldalon. Ilyenkor látszólagos, egyenes állású és kicsinyített.

Ha a tárggyal közelítünk a tükörhöz, a $-\dfrac{f}{x_1}$ mindig pozitív előjelű lesz, az $1-\dfrac{f}{x_1}$ csak pozitív lehet, így a valódi tárgyról a domború tükör mindig egyenes állású, kicsinyített és látszólagos képet alkot. A járművek visszapillantó tükrének azért használunk domború tükröt, mert sokkal nagyobb a látómezeje, mint a homorú tükörnek, így a vezető jobban tudja ellenőrizni a mögötte közlekedőket. Bár a kép, amit lát, kicsinyített, tudja hogy nem játékautó közeledik feléje.

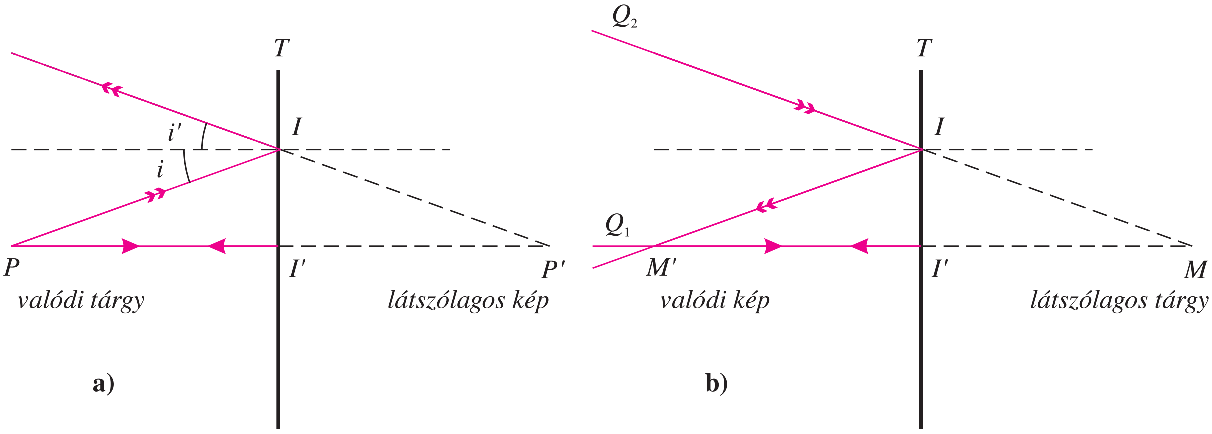
1.4.4.2. A SÍKTÜKÖR KÉPALKOTÁSA

Alkalmazzuk a gömbtükörre vonatkozó távolságok egyenletét $R\to\infty$ feltétel mellett, hiszen a sík végtelen sugarú gömbként is kezelhető. Ezért $\dfrac{1}{x_2}+\dfrac{1}{x_1}=0$ és

$$x_2=-x_1, \tag{44}$$

$$\beta = -\frac{x_2}{x_1} = 1. \tag{45}$$

A (44) és a (45) egyenletekből láthatjuk, hogy a kép a tárggyal ellentétes oldalon keletkezik, és mérete megegyezik a tárgyéval. A valódi tárgyról látszólagos képet, a látszólagos tárgyról valódi képet kapunk. Az elmondottakról győződjünk meg képszerkesztéssel is!



25.

A P valódi tárgyról széttartó sugarak esnek a T síktükörre*. Válasszunk ki két sugarat, amelyek P-ből indulnak. Az egyik legyen a PI', mert az merőlegesen esik a tükörre, így önmagába verődik vissza ($I'P$ sugár). A másik (PI) i szög alatt jut a tükörre, és $i' = i$ szög alatt verődik vissza. Mivel a visszavert sugaraknak csak a meghosszabbításai metszik egymást a P' pontban, a P' a P tárgy látszólagos képe**. Egyszerű geometriai meggondolásokkal bizonyíthatjuk, hogy a tükör síkjára vonatkozóan a képpont szimmetrikus a tárgyponttal (25. *a* ábra).

Essék a síktükörre olyan sugárnyaláb, amely az M felé konvergál. A 25. *b* ábrán két sugarat (a Q_1I'-et és a Q_2I-t) tüntettük fel. Az M pont a síktükör látszólagos tárgya, mert nem a tükörre eső sugarak oldalán, hanem az ellenkező oldalon van. A tükörről visszaverődő sugarak (például az $I'M'$ és IM') az M' pontban metszik egymást. Ezért M' az M látszólagos tárgy valódi képe.

Az ábráról látható, hogy a tükör síkjára nézve a valódi kép és a látszólagos tárgy szimmetrikusak.

MEGOLDOTT FELADATOK

1. Egy valódi tárgy az 1 m gyújtótávolságú homorú tükörtől 1,5 m távolságra van. Hol kell elhelyezni a főtengelyre merőlegesen egy síktükröt, hogy az valódi képet hozzon létre a homorú tükörtől ugyanolyan távolságra, mint amilyen távol a tárgy is van attól (26.ábra)?

Megoldás

A feladat adatai: $x_1 = -1{,}5$ m, $f = -1$ m. A homorú tükör alkotta ($A'B'$) képnek a tükörtől mért távolságát (x_2-t) az $\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1}$ összefüggésből kapjuk: $x_2 = \frac{fx_1}{x_1 - f}$.

Behelyettesítjük az adatokat: $x_2 = \frac{-1(-1{,}5)}{-1{,}5-(-1)}$ m, $x_2 = \frac{1{,}5}{-0{,}5}$ m $= -3$ m.

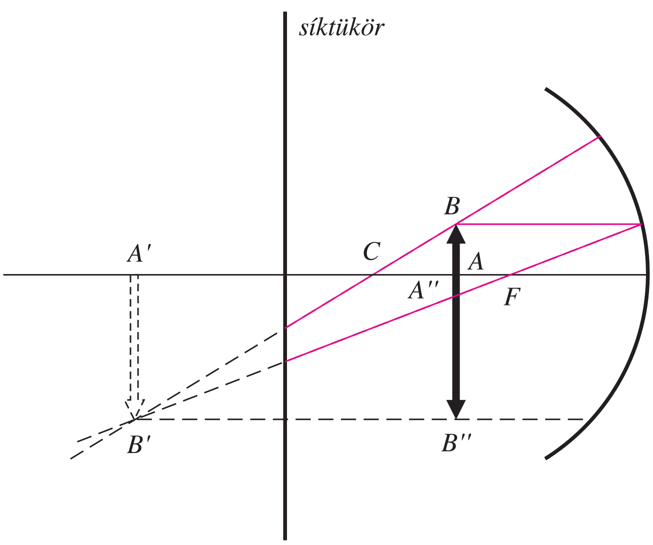
Ha nem lenne a síktükör, a homorú tükör V-től 3 méterre alkotná meg az $A'B'$ képet. A síktükör miatt nem jön létre az $A'B'$ kép. $A'B'$ azonban látszólagos tárgya a síktükörnek, amely arról

* Azt is mondhatnánk, hogy a P tárgypont a tükörre eső sugarak oldalán van, tehát valódi a tárgy.

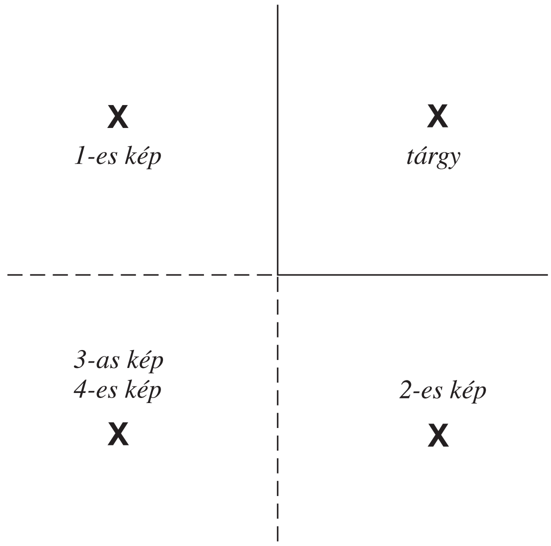
** A P' kép látszólagos, mert az nem a tükröt elhagyó (az arról visszaverődő) sugarak oldalán van.

valódi képet alkot. Ahhoz, hogy a síktükör a valódi képet *A''B''* helyzetben hozza létre, az *AA'* szakasz felezőpontjában kell lennie a főtengelyre merőlegesen, 2,25 m-re a tükör csúcsától.

2. Hány képet alkot egy tárgyról két, egymással 90°-os szöget bezáró síktükör (27. ábra)?



26. ábra



27. ábra

Megoldás

A feladat megoldásakor figyelembe vesszük, hogy a képnek és a tárgynak szimmetrikusnak kell lennie a síktükör által meghatározott síkra. Mivel a 3-as és 4-es kép egymásra esik, a rajzon összesen három képet látunk.

3. Milyen tárgya vagyok a tükörnek, ha mögé állok?

Válasz: Semmilyen, mert a rólam induló fény nem esik visszaverő felületre.

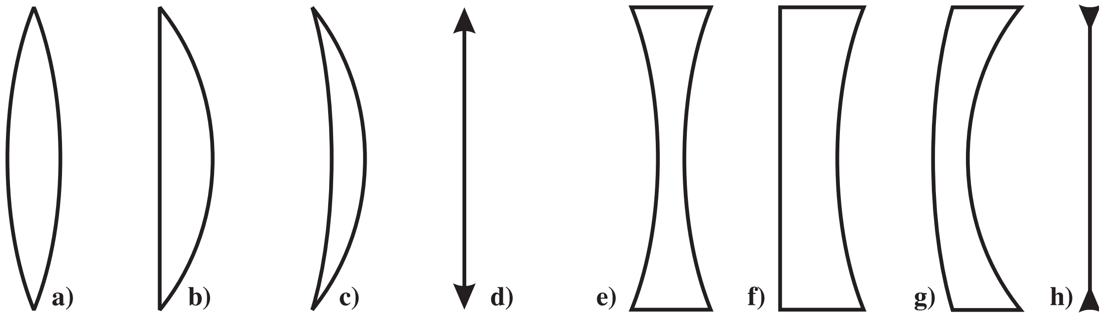
1.4.5. Centrált optikai rendszerek

Az egyetlen felületen történő fénytörés ritkábban alkalmazott jelenség. A valóságos fénytörő rendszerek két vagy több törőfelületet tartalmaznak. Több gömb alakú törőfelülettel rendelkező rendszert akkor tekintünk centráltnak, ha mindegyikük görbületi középpontja ugyanazon az egyenesen, a főtengelyen van.

1.4.5.1. Vékony lencsék

Az optikai lencsék legfontosabb típusát képviselő gömbi lencsék olyan átlátszó – főképpen üvegből készült – testek, amelyeket két gömbfelület, vagy egy gömb- és egy síkfelület határol. Ha a két gömbfelület csúcsa közel van egymáshoz, vékony lencséről beszélünk. Ezekre az is jellemző, hogy a vastagságuk kicsiny a görbült felületek sugaraihoz képest.

A lencséket több szempontból is osztályozhatjuk. Egy ilyen rendszerezés szempontja lehet az, hogy a főtengelyükkel párhuzamosan beeső sugarakat összegyűjtik-e vagy szétszórják. Az első típusba tartoznak azok a lencsék, amelyeknek vastagsága a középtől a szélek felé haladva csökken, a második csoportba pedig azok, melyek vastagsága a középtől a főtengelyre merőleges irányában haladva nő (28. ábra).



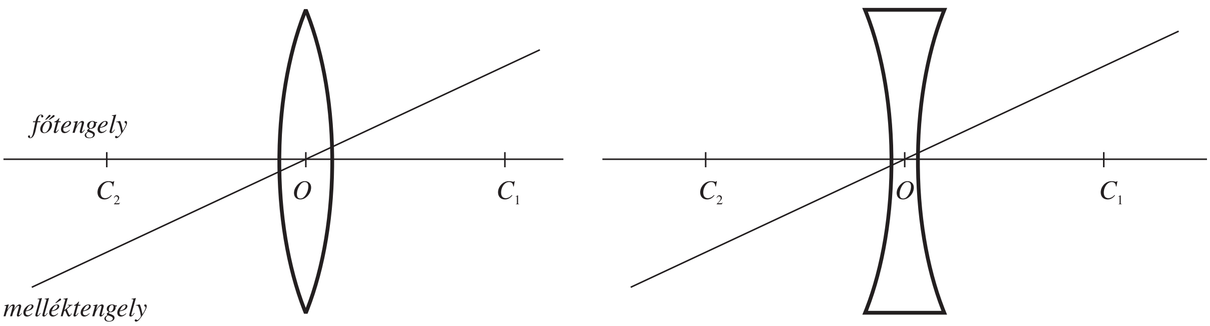
28. ábra. Gyűjtő- és szórólencsék

A 28. ábrán balról jobbra haladva a következő lencséket láthatjuk:
a) kétszer domború (bikonvex);
b) síkdomború (plánkonvex);
c) homorú-domború (konkáv-konvex);
d) vékony-gyűjtőlencse egyezményes rajza.
e) kétszer homorú (bikonkáv);
f) síkhomorú (plánkonkáv);
g) domború-homorú (konvex-konkáv);
h) vékony szórólencse egyezményes ábrázolása.

◆ *A lencsék adatai*

A C_1 és C_2 a gömbfelületek görbületi középpontjai.

A görbületi középpontokon átmenő egyenes a főtengely. A főtengelynek az a pontja, amelyen a fénysugár gyakorlatilag irányváltozás nélkül halad át, a lencse optikai középpontja (O). Az optikai középponton átmenő egyenesek (a főtengely kivételével) a lencse melléktengelyei (29. ábra).

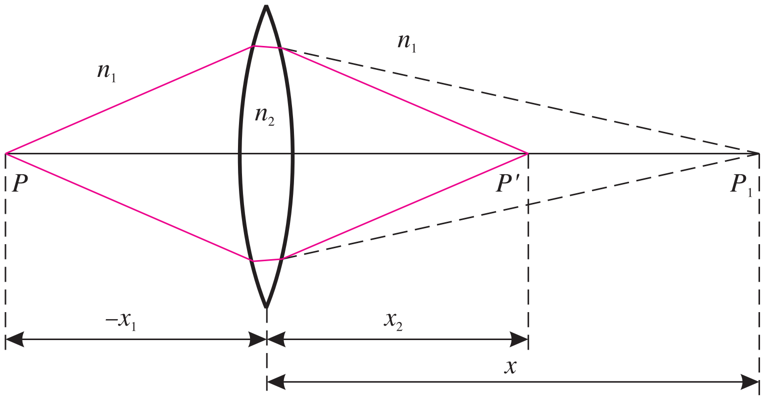


29. ábra

A főtengelynek azokat a pontjait, amelyekben a főtengellyel párhuzamosan beeső sugarak kilépéskor egymást metszik – gyűjtőlencse esetén –, főgyújtópontnak nevezzük.

Szórólencsék esetén a főtengellyel párhuzamosan beeső sugarak kilépéskor szóródnak, így a gyújtópontok látszólagosak, és ezek a főtengelynek azok a pontjai, amelyekben a kilépő sugarak meghosszabbításai párhuzamos beesés esetén metszik egymást. Ha a lencsére eső sugarak valamelyik melléktengellyel párhuzamosan esnek be, akkor a kilépő sugarak az adott melléktengely egyik pontjában metszik egymást (gyűjtőlencse), vagy a kilépő sugarak meghosszabbításai metszik egymást az adott melléktengelyen (szórólencse).

Vékony lencsék esetén a két görbült felület csúcsát annyira közelinek tekintjük, hogy azok az optikai középponttal is egybeesnek.



30. ábra

A vékony lencsék első alapegyenlete a képtávolság, a tárgytávolság és a görbületi sugarak között állapít meg összefüggést. Mivel itt két gömbtörőfelület van, mindkettőre rendre alkalmaznunk kell az optikai alapösszefüggést. Figyelembe kell vennünk, hogy az első törőfelület által megalkotott kép a másikra vonatkozóan tárgyszerepet tölt be (30. ábra).

Az R_1 sugarú első törőfelület (a levegő és a lencse anyaga, ha a lencse levegőben van) a P tárgypont képét a P_1 pontban alkotná meg, ha nem lenne a második törőfelület. Erre alkalmazhatjuk a gömbtörőfelületre vonatkozó első alapösszefüggést (30. ábra):

$$\frac{n_2}{x} - \frac{n_1}{x_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}. \tag{46}$$

A P_1 pontban létrehozott kép a második törőfelületre vonatkozóan (rajzunkon) látszólagos tárgy lenne, mert az első törőfelületet elhagyó sugarak oldalán van. (A P_1 pontban a valóságban nem keletkezik kép, mert a második törőfelület is megváltoztatja a sugarak irányát.) Erről a tárgyról az R_2 sugarú második törőfelület a P' pontban hoz létre képet. Alkalmazzuk erre is az első alapösszefüggést.

$$\frac{n_1}{x_2} - \frac{n_2}{x} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}. \tag{47}$$

Könnyű belátni, hogy a P_1 pontra vonatkozó x adattól „meg kell szabadulni”, amit a (46) és a (47) egyenletek összeadásával könnyen megvalósíthatunk. Ekkor kapjuk:

$$n_1\left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}\right) = (n_2 - n_1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right), \text{ vagy:} \tag{48}$$

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right). \tag{49}$$

Ha figyelembe vesszük, hogy $n_2/n_1 = n$, ahol n a lencse anyagának a környező közegre vonatkozó (relatív) törésmutatója, akkor

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right). \tag{50}$$

Az x_1, x_2, valamint az R_1 és R_2 előjelét a már említett konvenciónak megfelelően vesszük fel, azaz minden olyan mennyiség negatív előjelű, amely az optikai középponttól balra van, illetve pozitív előjelű, ha a vonatkoztatási kezdőpontnak tekintett optikai középponttól jobbra van.

◆ *A lencsék fókusztávolsága*

Már említettük: fókuszpontok azok a pontok, amelyekben a kép keletkezne, ha a tárgytávolság a végtelen felé tartana. Ha $x_1 \to -\infty$, akkor a (49)-ből:

$$\frac{1}{x_2} = \frac{1}{f_2} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \text{ és } f_2 = \frac{1}{\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}, \text{ vagy} \tag{51}$$

$$f_2 = \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} \tag{52}$$

Ha $x_2 \to \infty$, akkor $x_1 = f_1$ és

$$f_1 = \frac{1}{\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} \tag{53}$$

$$f_1 = -\frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}. \tag{54}$$

Összehasonlítva a két fókuszpontnak az optikai középponttól (lencsétől) való távolságát, láthatjuk, hogy ezek ellenkező előjellel egymással egyenlők. Az ellentétes előjel azt jelenti, hogy a két fókusz a a lencse két átellenes oldalán van: $f_2 = -f_1 = f$.

Megjegyzés. Az a tény, hogy $f_2 = -f_1$, csak abban az esetben igaz, amikor a lencse egyféle optikai közegben van. Ha például levegő lenne a lencse egyik oldalán és víz a másik oldalán, a két fókusztávolság nem lenne azonos nagyságú. A legtöbb esetben, a gyakorlatban a lencse egyféle közegben van.

Ha összehasonlítjuk az (50) és az (51) egyenletet, láthatjuk, hogy

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}, \tag{55}$$

amely a távolságok egyenletét fejezi ki.

Helyezzünk egyszer nagyobb, majd kisebb gyújtótávolságú gyűjtőlencsét a Hartl-korongra. A kisebb gyújtótávolságú jobban megtöri a ráeső sugarakat, mint a nagyobb gyújtótávolságú. A kisebb gyújtótávolságúnak nagyobb, a nagyobb gyújtótávolságúnak pedig kisebb a törőképessége. A lencse fókusztávolságának fordított értéket törőképességnek nevezzük (jelölése: *C*).

$$C = \frac{1}{f} \text{ vagy } C = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \text{ vagy} \tag{56}$$

$$C = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{57}$$

A törőképesség mértékegysége, a dioptria az 1 m gyújtótávolságú lencse törőképessége: $1\ \delta = 1\ \text{m}^{-1}$.

A gyűjtőlencsék törőképessége pozitív, a szórólencséké negatív.

Ha a törőképesség 5 δ, akkor a gyújtótávolság $5 = 1/f$ vagy $f = 1/5$ m.

Mekkora az $f = -50$ cm gyújtótávolságú lencse törőképessége (konvergenciája)?

$$C = -\frac{1}{0,5}\ \delta = -2\ \delta.$$

Sokszor, főleg a domború-homorú vagy a homorú-domború lencsék esetén, ránézéssel nem tudjuk megállapítani, hogy szóró- vagy gyűjtőlencsék-e. Ilyenkor válasszunk ki egy tárgyat, és nézzük azt a lencsén át. Mozgassuk el kissé a lencsét. Ha a tárgy képe a mozgatásunkkal ellentétesen mozdul el, akkor a lencse gyűjtő, ha pedig azonos irányban mozog, akkor szóró jellegű.

◆ *A vékony lencse nagyítása*

A gömbtörőfelület nagyításának tanulmányozásakor tanultuk, hogy: $\frac{y_2}{y_1} = \beta = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{n_1}{n_2}$.

Amikor a lineáris transzverzális nagyítást alkalmazzuk a lencsére, figyelembe kell vennünk, hogy ennek két gömbfelülete van. Az egyik felület nagyítására a 30. ábra alapján következtethetünk, ha azon a tárgypont helyett a főtengelyre merőleges vonalas tárgyat veszünk. Ebben az esetben az R_1 sugarú első törőfelület a P_1 pont helyett a főtengelyre merőleges vonalas képet alkotott volna (ha nem lett volna ott a második törőfelület), ez pedig látszólagos vonalas tárgya lett volna az R_2 sugarú második törőfelületnek.

A 30. ábrán feltüntetett adatok alapján az első törőfelület nagyítása

$$\beta_1 = \frac{x}{x_1} \cdot \frac{n_1}{n_2}, \tag{58}$$

a második törőfelületé pedig $\beta_2 = \frac{x_2}{x} \cdot \frac{n_2}{n_1}$.

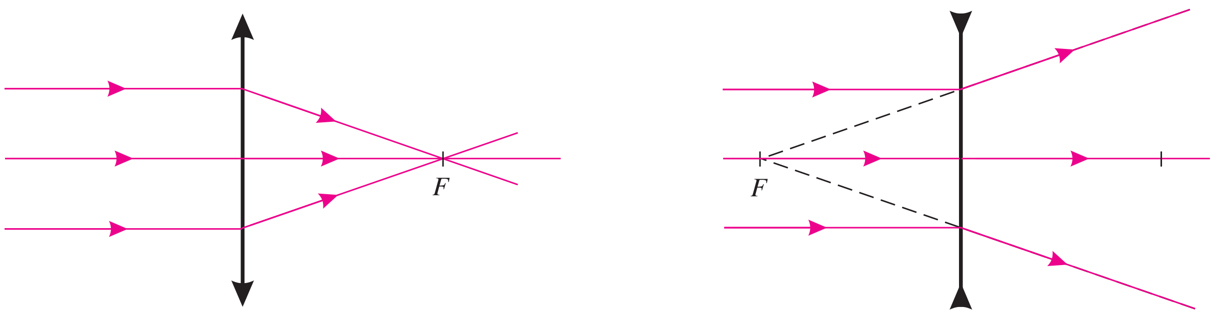
Könnyű belátni, hogy a lencse nagyítása a két törőfelület nagyításának a szorzata kell, hogy legyen, vagyis $\beta = \beta_1 \beta_2 = \frac{x}{x_1} \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{x_2}{x} \cdot \frac{n_2}{n_1}$, illetve az egyszerűsítések után $\beta = x_2/x_1$, mert a törésmutatók egyszerűsödnek. Így

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}. \tag{59}$$

Ha $\beta > 0$, akkor a kép egyenes állású, $\beta < 0$ esetén a kép fordított állású.

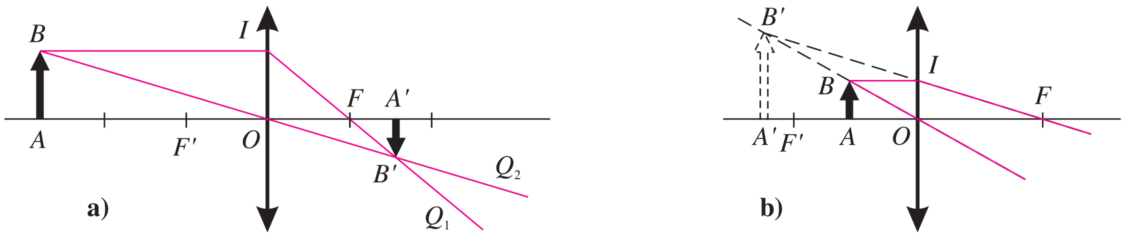
Ha egy tárgyról több lencse alkot képet, akkor az előbbi gondolatmenet alkalmazásával azt kapjuk, hogy a nagyítás az egyes lencsék nagyításainak szorzatával egyenlő.

◆ *Sugármenetek ábrázolása vékony lencsék esetében. Különböző esetek*



A főtengellyel párhuzamos sugarak törése

A kép megszerkesztésekor azokat a sugarakat választottuk ki, melyek menetét szögmérések nélkül is könnyen megrajzolhatjuk. Mivel a tárgy merőleges a főtengelyre, elég a B tárgypont B' képpontjának a megszerkesztése, hiszen a vonalas képnek is merőlegesnek kell lennie a főtengelyre. A B pontból kiinduló egyik sugár a főtengellyel párhuzamos, ezért gyűjtőlencse esetén ennek a (IQ_1) sugárnak át kell mennie a fókuszon. A másik, ugyancsak a B pontból induló (BQ_2) sugár anélkül megy át az O optikai középponton, hogy irányt változtatna. A két sugár a B' pontban metszi egymást, ezért B' a B tárgypont valódi képe, az $A'B'$ pedig a valódi tárgy valódi képe. Nevezzük kétszeres fókusznak azt a pontot, amely a lencse O optikai középpontjától két fókusztávolságra van. Ha a tárgy a végtelen és a kétszeres fókusz között van, a kép a túlsó oldalon, a fókusz és a kétszeres fókusz között jön létre, valódi, kicsinyített és fordított állású. A sugarak megfordíthatóságából következik, hogy ha a tárgy a fókusz és a kétszeres fókusz közötti, akkor a kép a kétszeres fókuszon kívül keletkezik, és valódi, nagyított és fordított állású. A fókuszban levő tárgy képe a végtelenben van. Ha a tárgy a fókusz és a lencse között van, a kép a belépő sugarak oldalán jön létre, hiszen a kilépő sugarak nem, csak a meghosszabbításaik metszik egymást (31. *b* ábra); ebben az esetben a kép látszólagos, nagyított és egyenes állású.



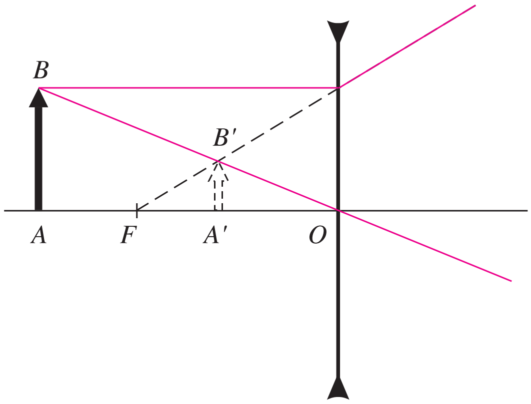
31. ábra. Gyűjtőlencse képalkotása

A fentieket egyszerű kísérlettel könnyen ellenőrizhetjük. Legyen a gyűjtőlencse valódi tárgya égő gyertya. A kísérletet végezze két tanuló. Az egyik a gyertyát tartja a lencse egyik oldalától bizonyos távolságra, a másik a főtengelyre merőlegesen elhelyezett ernyőn felfogja a képet. Amikor a tárgy nagyon távol van a lencsétől, akkor a kép a fókusz síkjában keletkezik.

Megjegyzés. Említettük, hogy a lencséknek számtalan melléktengelye van. Ha ezekkel párhuzamos fénynyalábot ejtünk a lencsére, akkor a sugarak a melléktengelyeken levő mellékfókuszokban metszik egymást. Vékony lencsék esetén a mellékfókuszokat – bár gömbfelületen vannak – egy olyan síkon képzelhetjük, amely a főgyújtóponton megy át és merőleges a főtengelyre. Ezt a síkot nevezzük gyújtó- vagy fókuszsíknak.

Az égő gyertyát tartó tanuló meg-megállva közeledjék a lencséhez. Ekkor az ernyőt tartónak, ha éles képet szeretne látni az ernyőn, távolodnia kell a lencsétől. Amikor a gyertya a fókuszon belül van (a vonatkoztatási rendszerünk kezdőpontja az optikai középpont), a képet ernyőn már nem foghatjuk fel, mert az látszólagos. Ha a szemünket a lencséhez közelítjük a tárggyal átellenes oldalról, akkor látjuk a gyertya képét azon az oldalon, ahol a gyertya van.

Cseréljük ki a gyűjtőlencsét szórólencsével. Közeledjünk a gyertyával a lencséhez. A lencséből kilépő sugarak oldalán sem találunk ernyőn felfogható képet. Ha azonban a tárggyal átellenes oldalról nézünk a lencsébe, jól látható a kicsinyített, egyenes állású és látszólagos kép.



32. ábra

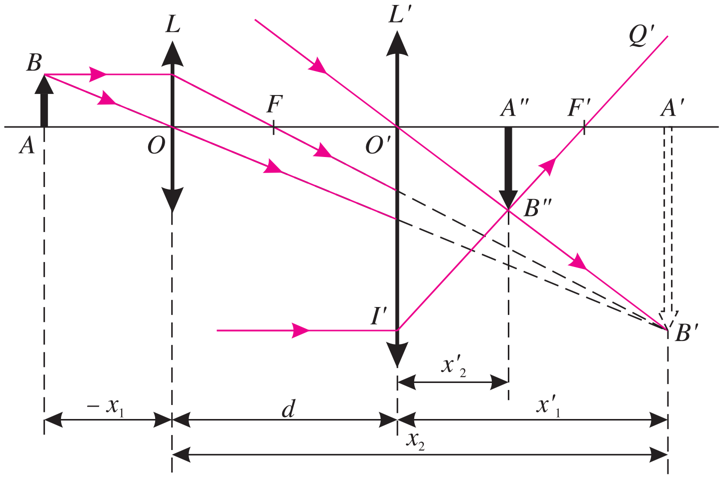
Rajzoljuk meg a sugármenetet szórólencsével, ha a tárgy valódi (32. ábra)!

Jól látszik, hogy a szórólencsét elhagyó sugarak széttartóak, tehát csak azok meghosszabbításában keletkezik a kép. Az tehát virtuális, ha a tárgy valódi. A végtelenben levő tárgyról a látszólagos kép a fókuszsíkban keletkezik.

A szerkesztések alkalmával megfigyelhettük, hogy bármelyik képpont a tárgyponttal azonos tengelyen van.

◆ *Látszólagos tárgyakról szerkesztett képek*

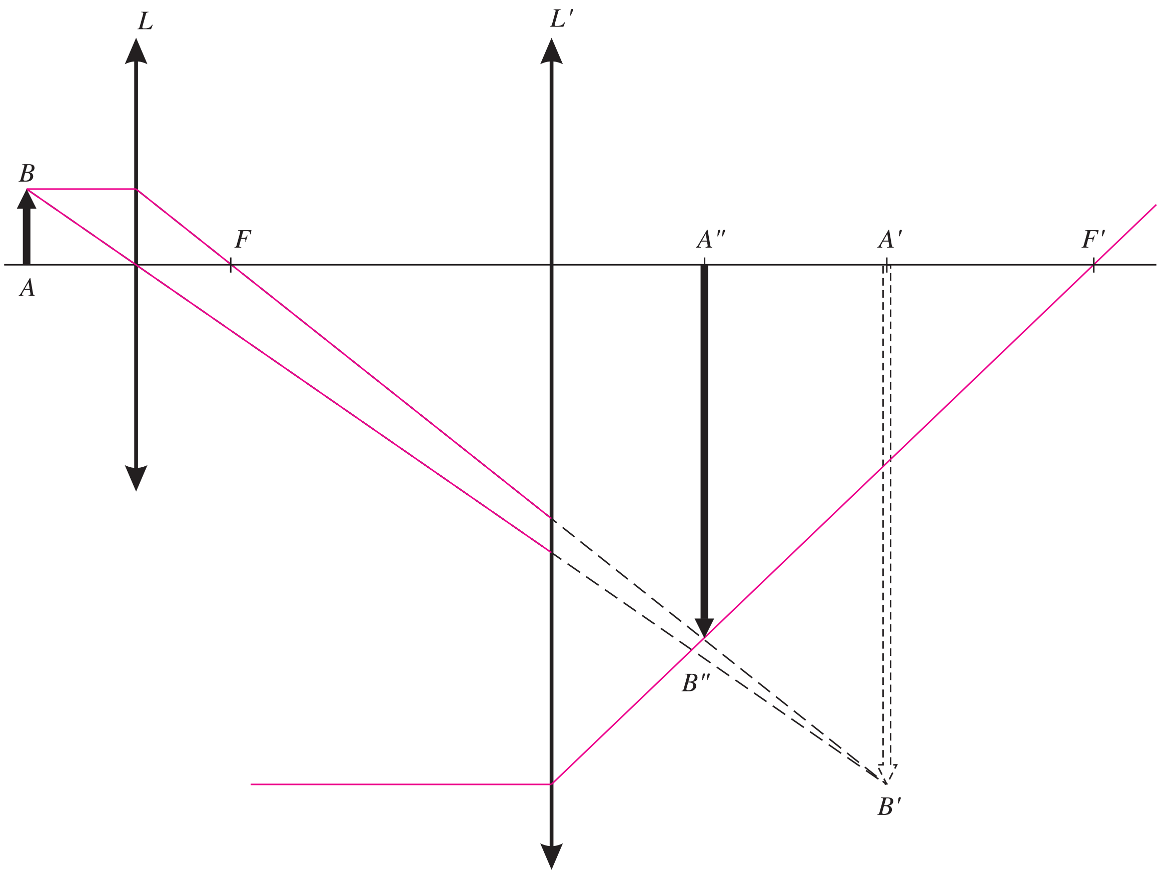
a) Sugármenet gyűjtőlencse esetén



33. ábra

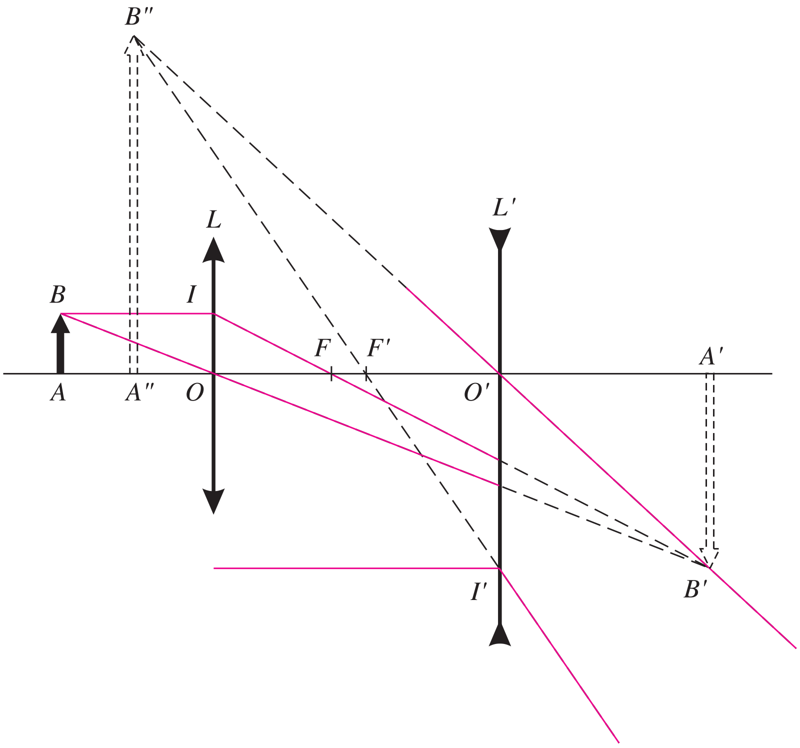
Az L lencse az AB valódi tárgyról megalkotná az $A'B'$ valódi képet. Oda azonban hiába helyeznénk ernyőt, mert az L' lencse az $A'B'$ pontjai felé konvergáló sugarakat eltéríti. Az L' lencse szempontjából $A'B'$ nem a lencsére eső sugarak, hanem a kilépő sugarak oldalán van, ezért $A'B'$ az L' lencse látszólagos (virtuális) tárgya. A virtuális tárgypont képpontjának megszerkesztéséhez a következőképpen járunk el. A B' virtuális tárgy irányába az L' főtengelyével párhuzamos sugarat húzunk. Ez az I' pontban esik L'-re. Ennek az $I'Q'$ sugárnak úgy kell kilépnie az L'-ből, hogy ennek F' fókuszpontján menjen át. Mivel a B' tárgypont az $O'B'$ melléktengelyen van (az L' melléktengelyén), ugyanezen kell lennie a B'' képpontnak is. Húzzuk meg az L' lencsére vonatkoztatott $O'B'$ melléktengelyt. Az L'-ről kilépő két, $I'Q'$ és $O'B'$ sugár a B'' pontban ténylegesen metszi egymást, ezért ebben az esetben B'' valódi kép.

Láthatjuk, hogy a gyűjtőlencse a látszólagos tárgyról minden esetben valódi képet alkot.



34. ábra

b) Sugármenet szórólencse esetében



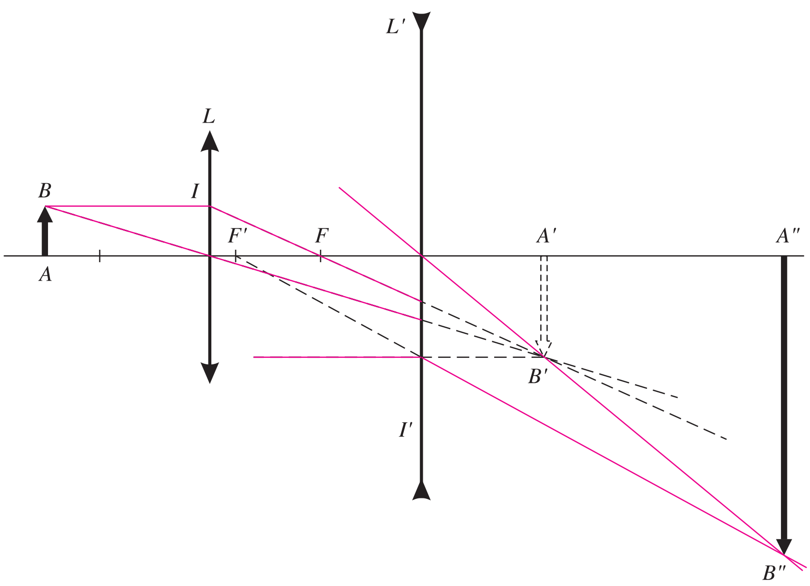
35. ábra

A 34. ábráról láthatjuk, hogy abban az esetben, amikor a látszólagos tárgynak a szórólencsétől való távolsága nagyobb, mint a fókusztávolsága abszolút értéke, akkor a lencse látszólagos képet hoz létre.

A 36. ábráról láthatjuk, hogy amikor a látszólagos tárgynak a szórólencsétől mért távolsága kisebb a fókusztávolság abszolút értékénél, akkor a szórólencse valódi képet alkot.

A 35. és a 36. ábrán tapasztaltakhoz keressetek matematikamentes fizikai magyarázatot! Ha nem találtok, akkor olvassátok el a következő magyarázatot:

A szórólencse látszólagos tárgya az a valódi kép lenne, amelyet az *L* lencse alkotna az *AB* tárgyról. A valódi képről tudjuk, hogy feléje valódi sugarak érkeznek. A szórólencse az összetartó sugárnyalábon szórást hoz létre, amely annál hangsúlyozottabb, minél nagyobb a lencse törőképességének abszolút értéke, vagyis minél közelebb van a fókuszpontja a lencséhez. Ha a látszólagos tárgy közelebb van a lencséhez, mint a fókusza, akkor nem tud akkorát szórni az összetartó sugarakon, így azok továbbra is azok maradnak, s a kép valódi lesz. A többit már el tudjátok képzelni.



36. ábra

Megjegyzés. A második lencse méretét azért növeltük meg, hogy a látszólagos tárgy irányába húzott (az *I*′ pontba beeső) sugarat, mely párhuzamos a főtengellyel, a második lencsére is rávigyük, és ne „lógjon” a levegőben. Erre azonban nincs szükség, mert sztigmatikus rendszerek esetén csak a főtengelyhez közel eső, illetve azzal kis szöget bezáró sugarak vesznek részt. (A szerkesztéshez elég a főtengellyel párhuzamos sugár akkor is, ha az nem esik a lencsére.)

Ellenőrizzük kísérlettel a 36. ábrán feltüntetett sugármenetet! A gyűjtőlencsével hozzuk létre a szórólencse látszólagos tárgyát (36. ábra). Legyen égő gyertya a gyűjtőlencse valódi tárgya. Helyezzünk egy ernyőt a szórólencse mögé. Mozgassuk mindaddig a gyertyát vagy a lencsét, amíg az ernyőn megjelenik az $A''B''$ kép.

1.4.5.2. Illesztett lencsék rendszere

Már szó volt arról, hogy az esetek többségében két vagy több lencséből alkotott, ún. lencserendszert használnak a gyakorlatban.

Tekintsük a 33. ábrán feltüntetett két lencséből álló rendszert! Tudjuk, hogy az egyik lencse által megalkotott kép a másik szempontjából tárgyként szerepel. Tudjuk azt is, hogy ezek centrált rendszerek, amelyekre vonatkozóan az összes görbületi középpontnak a főtengelyen kell lennie. Ezt a feltételt alkalmazzuk a lencsék rendszerére, így megállapíthatjuk, hogy bármelyikük optikai középpontja a közös főtengelyen van.

Ha az előjelkonvenciót alkalmazzuk, észrevehetjük, hogy a 33. ábrán feltüntetett két lencsének egymástól való távolsága $d = x_2 - x'_1$, ahonnan

$$x_2 = d + x'_1. \tag{60}$$

Írjuk fel a két lencsére vonatkozó távolságok egyenletét! Az elsőre:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}, \tag{61}$$

a másodikra pedig

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{x'_2} - \frac{1}{x'_1}. \tag{62}$$

Ha a (60) összefüggést behelyettesítjük a (61) egyenletbe, kapjuk:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d + x'_1} - \frac{1}{x_1}. \tag{63}$$

Adjuk össze a (62) és a (63) egyenletet:

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d + x'_1} - \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x'_2} - \frac{1}{x'_1}. \tag{64}$$

Ha a két lencsét egymáshoz illesztjük (illesztett lencsék), akkor $d = 0$, és a (64)-ből megkapjuk a két illesztett lencséből álló rendszer fókusztávolságának a fordított értékét.

$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{x'_1} - \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x'_2} - \frac{1}{x'_1}$, ahonnan a két illesztett lencséből álló rendszer fókusztávolságának a fordított értéke: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{x'_2} - \frac{1}{x_1}$.

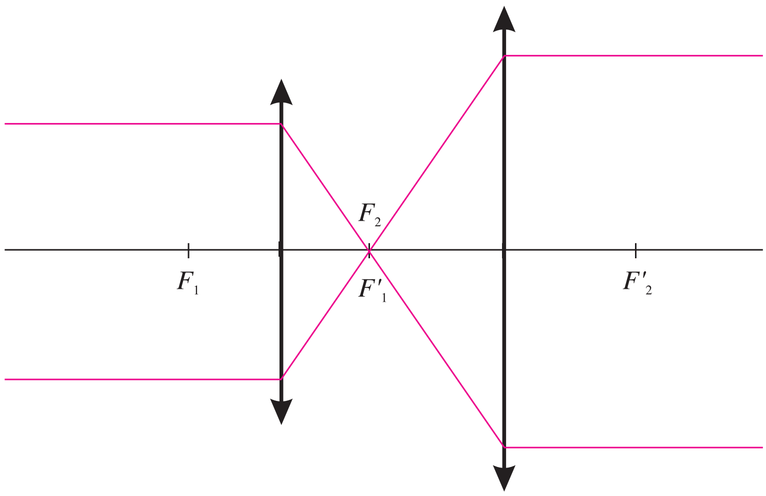
Több illesztett lencse esetén a fókusztávolság reciproka:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \ldots + \frac{1}{f_N}, \text{ vagy} \tag{65}$$

$\frac{1}{f} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{f_k}$, ha figyelembe vesszük, hogy $\frac{1}{f} = C$, akkor $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_N$.

Az illesztett lencserendszer törőképessége egyenlő az egyes lencsék törőképességének az összegével*.

* Természetesen a gyűjtőlencsékre vonatkozóan a törőképességet pozitív, a szórólencsékre pedig negatív előjellel kell venni. A lencserendszer gyűjtő vagy szóró jellegét a C előjele határozza meg.



37. ábra

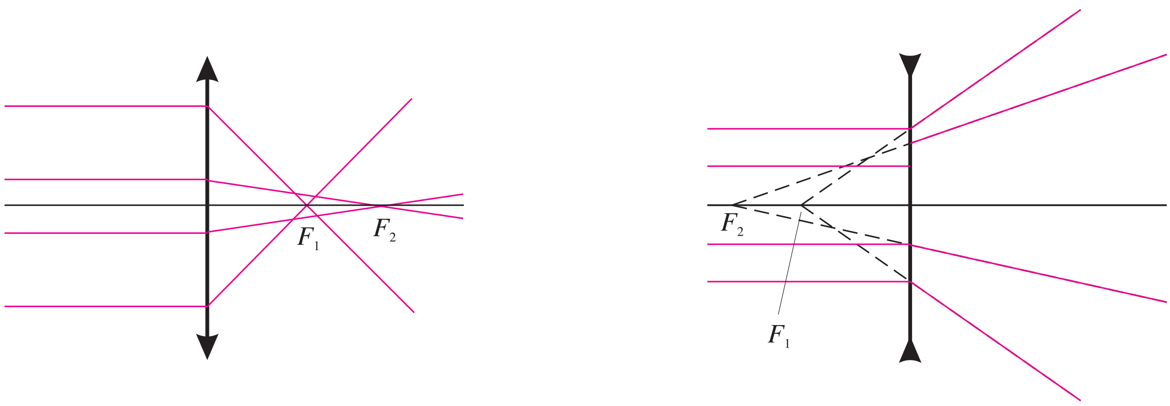
A nem illesztett lencséknek egy sajátos rendszere jön létre akkor, amikor az egyik lencse képfókusza egybeesik a másik lencse tárgyfókuszával. Ilyen rendszereket használnak például egyes távcsövekben (37. ábra).

Azért előnyösebb egy lencse helyett lencserendszert használni, mert ezáltal az egyes lencsék hibái korrigálhatók. A lencsék hibái közül említsük meg a gömbi hibát (szférikus aberráció) és a színi hibát (kromatikus aberráció).

1.4.5.3. A lencsék gömbi hibája

A tárgyak jó leképezésének alapvető feltétele a sztigmaticitás megvalósítása: egy tárgypontnak egy képpont feleljen meg. A szemünk tulajdonságait figyelembe véve akkor is sztigmatikusnak tekintjük az optikai rendszert, ha egy tárgypontnak kis felületű képfolt felel meg.

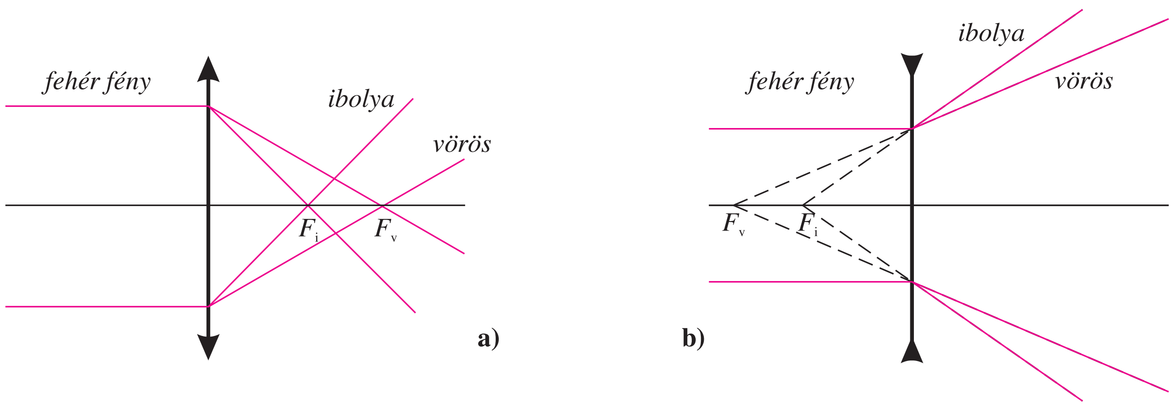
Helyezzünk gyűjtőlencsét a Hartl-korongra, majd ejtsünk rá a főtengelyével párhuzamos sugárnyalábot. Láthatjuk, hogy azok a sugarak, amelyek a főtengelytől távolabb haladtak, élesebben törnek meg, mint azok, amelyek a főtengelyhez közelebb estek. A főtengelytől távolabb haladó sugarak esetén a fókusztávolság kisebb, mint azok esetén, amelyek a főtengelytől kisebb távolságra haladnak. Ha több fókusztávolság mellett képezünk le egy tárgypontot, akkor képfoltot kapunk. Cseréljük ki a gyűjtőlencsét szórólencsével. Ez is élesebben töri meg azokat a sugarakat, amelyek a főtengelyhez képest távolabb haladtak. Látható, hogy a gyűjtőlencse a főtengelytől távolabb eső sugarakat összetartóbbakká teszi, mint azokat, amelyek a főtengelyhez közelebb estek, a szórólencse pedig a főtengelytől távolabb eső sugarakat szórja szét jobban, mint a közelieket. Tehát megfelelő gyűjtő- és szórólencse társításával a lencsék hibáinak hatása csökkenthető (38. ábra).



38. ábra

1.4.5.4. Színi hiba

Ejtsünk párhuzamos fehér fényt egyszer gyűjtő-, másodszor szórólencsére. Mivel a lencséket igen sok prizmából felépítettnek tekintjük, az összetett fényt felbontják. Élesebben törik meg az ibolyát, mint a vöröset, ezért a vörös és az ibolya színű sugarak fókuszai nem esnek egybe (a többi egyszerű szín fókusza az F_i és az F_v között van). Mivel a gyűjtőlencse az ibolyát összetartóbbakká, a szórólencse pedig széttartóbbakká teszi, mint például a vöröst, egymás hibáját illesztett lencserendszerekkel javítani lehet (39. ábra).



39. ábra

Megoldott feladatok

1. Két egyforma, $C = 10$ δ törőképességű síkdomború vékony lencse egymástól 35 cm-re elhelyezve centrált rendszert alkot.

a) Határozzuk meg az egyes lencsék fókusztávolságát, valamint görbületi sugarát! Ismert, hogy törésmutatójuk 1,8.

b) Az egyik lencsétől 15 cm-re fénylő tárgy van a főtengelyre merőlegesen. Számítsuk ki a rendszer által alkotott végső képnek az első lencsétől való távolságát!

c) A második lencsét az elsőhöz illesztjük. Hol lesz ebben az esetben az illesztett lencserendszer által megalkotott kép, és mekkora a transzverzális vonalas nagyítás?

d) Rajzoljuk le a sugármenetet az első esetben!

e) Mekkora a rendszer nagyítása?

Megoldás

a) $C = (n-1)\dfrac{1}{R}$, mert a síkfelülethez tartozó sugár a végtelen felé tart.

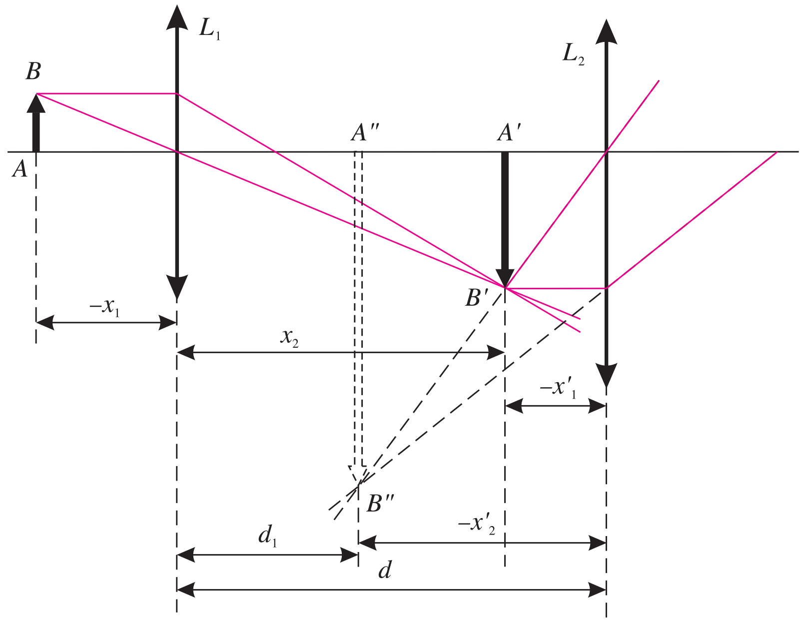
$R = \dfrac{n-1}{C}$; $R = 0{,}08$ m; $f_1 = f_2 = \dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{10}$ m $= 10$ cm.

b) $\dfrac{1}{f_1} = \dfrac{1}{x_2} \quad \dfrac{1}{x_1}$, ahonnan

$$x_2 = \frac{x_1 f_1}{x_1 + f_1} = \frac{-15\text{ cm}\cdot 10\text{ cm}}{-15\text{ cm} + 10\text{ cm}} = 30\text{ cm}.$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1'};\ x_1' = x_2 - d;$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_2 - d};\ x'_2 = -10\text{ cm}.$$



40. ábra

Így a kép látszólagos, és 10 cm-re balra van a második lencsétől (40. ábra).

A rajzról láthatjuk, hogy $d = d_1 + (-x_2')$, ahonnan $d_1 = d + x_2' = 35\text{ cm} - -10\text{ cm} = 25\text{ cm}.$

A nagyítás $\beta = \beta_1\beta_2$.

$$\beta_1 = \frac{x_2}{x_1} = \frac{30\text{ cm}}{-15\text{ cm}} = -2;$$

$$\beta_2 = \frac{x_2'}{x_1'} = \frac{-10\text{ cm}}{30\text{ cm} - 35\text{ cm}} = 2.$$

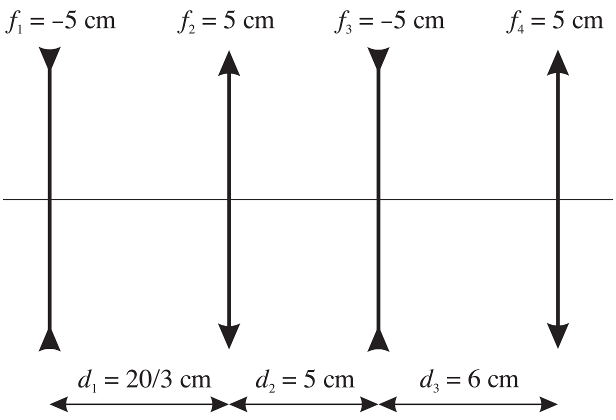
Az első lencse tehát 2-szer nagyobb fordított állású képet hoz létre. A második lencse a saját tárgyához képest egyenes állású, kétszer nagyobb képet hoz létre.

Az egész rendszer nagyítása: $\beta = \beta_1\beta_2 = -4$.

A rendszer az *AB* tárgyához képest négyszer nagyobb, fordított állású képet alkot ($A''B''$).

c) Az illesztett lencsék fókusztávolsága, valamint az alkotó lencsék fókusztávolsága közötti kapcsolat: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$; $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} = 5\text{ cm}$. $\frac{1}{f} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x_1}$, ahol x a képtávolság az illesztett lencserendszer esetében. $x = \frac{f x_1}{x_1 + f} = \frac{5(-15)}{-15+5} = 7{,}5\text{ cm}$; $\beta' = \frac{x}{x_1} = \frac{7{,}5}{-15} = -\frac{1}{2}$.

A kép kétszer kisebb, mint a tárgy és fordított állású.



41. ábra

2. A 41. ábráról leolvashatjuk a lencsékből álló rendszerre vonatkozó adatokat. A bal oldali lencsétől 10 cm-re a főtengelyen van egy fénylő tárgypont. Hol keletkezik ennek a képe, ha a rendszer centrált?

Megoldás

Az első lencsére $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$, ahonnan $x_2 = \frac{f_1 x_1}{f_1 + x_1}$, illetve

$$x_2 = \frac{-5\text{ cm}(-10\text{ cm})}{-10\text{ cm} - 5\text{ cm}} = -\frac{50}{15}\text{ cm} = -\frac{10}{3}\text{ cm};$$

ez a kép látszólagos, és tárgya lesz a második lencsének. A negatív előjelből látjuk, hogy az első lencsétől balra keletkezett.

Az ábráról látható, hogy az első lencse alkotta kép

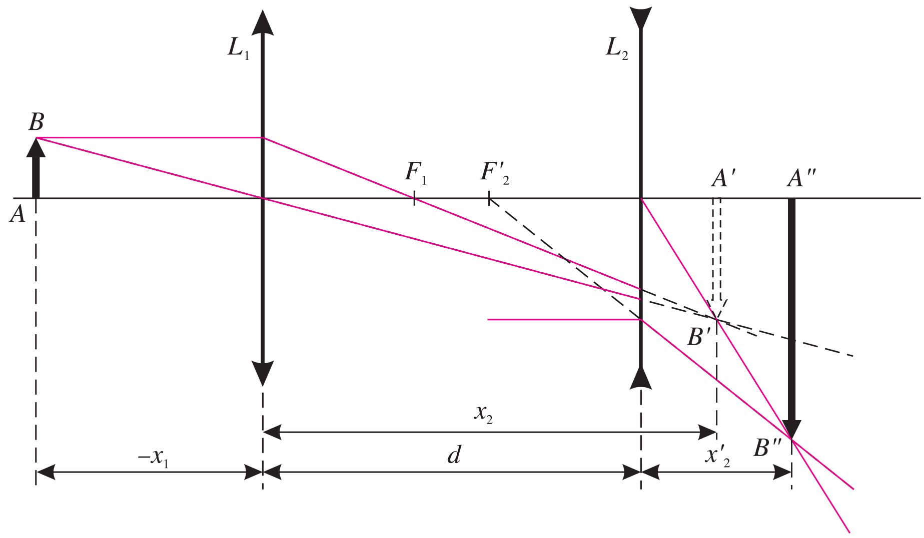
$x_1' = x_2 - d_1 = \left(-\frac{10}{3} - \frac{20}{3}\right)\text{cm} = -10\text{ cm}$-re van a második lencsétől, ezért $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1'}$; ahonnan $x_2' = \frac{f_2 x_1'}{f_2 + x_1'} = \frac{5\cdot(-10)}{-10+5}$ cm 10 cm -re van a második lencsétől jobbra, ezért ez a kép látszólagos tárgya lesz a harmadik lencsének.

A második lencse által megalkotott kép $x_1'' = x_2' - d_2 = (10-5)\text{ cm} = 5\text{ cm}$ -re van a harmadik lencsétől.

A harmadik lencsére írhatjuk: $\frac{1}{f_3} = \frac{1}{x_2'''} - \frac{1}{x_1''}$, ahonnan $\frac{1}{x_2'''} = \frac{1}{f_3} + \frac{1}{x_1''} = -\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 0$ és $x_2''' \to \infty$, ami azt jelenti, hogy a harmadik lencsét elhagyó sugarak a rendszer főtengelyével párhuzamosak.

Ha a negyedik lencsére a főtengelyével párhuzamos sugarak esnek, ezek a negyedik (gyűjtő-) lencse fókuszán hozzák létre a képet a jobb oldalon. Ezért a kép a negyedik lencsétől jobbra, 5 cm-re keletkezik, vagy az eredeti tárgyponttól (10 + 20/3 + 5 + 6 + 5) cm távolságra.

3. A 20 cm gyújtótávolságú gyűjtőlencsétől 30 cm-re balra y_1 = 5 cm magas fénylő tárgy található. A gyűjtőlencsétől 50 cm-re jobbra szórólencse van, melynek fókuszpontja 20 cm-re van a lencsétől. A kép ernyőn felfogható (42. ábra).



42. ábra

a) Milyen jellegű a rendszer által létrehozott kép?
b) Milyen távol van a végső kép az első lencsétől?
c) Mekkora a kép vonalas mérete?
d) A gyűjtőlencse és a tárgya közé e = 9 cm vastagságú n = 1,5 törésmutatójú, üvegből készült síkpárhuzamos lemezt helyezünk a főtengelyre merőlegesen. Hol kell elhelyezni a tárgyat ahhoz, hogy a lencsék és az ernyő változatlan helyzete mellett a kép ugyancsak az ernyőn maradjon?

Megoldás

a) Ha a kép ernyőn felfogható, akkor az valódi kép.
b) Írjuk fel a távolságok egyenletét az első lencsére.

$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$; ahonnan $x_2 = \frac{f_1 x_1}{f_1 + x_1} = \frac{20\cdot(-30)}{-30+20} = \frac{-600}{-10} = 60\text{ cm}.$

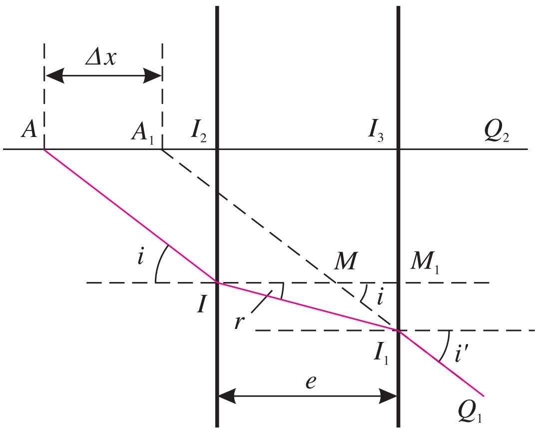
Mivel $A'B'$ az L_2 jobb oldalán van, a második lencsére nézve a tárgy látszólagos. A második lencsére a tárgytávolság $x_1' = x_2 - d = 10\text{ cm}$. Ezért a második lencsére alkalmazott távolságok egyenletéből $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1'}$ és $x_2' = \frac{f_2 x_1'}{f_2 + x_1'} = \frac{-20 \cdot 10}{10 - 20} = 20$ cm.

Ez az L_2 lencsének azon az oldalán keletkezett, ahol a sugarak kilépnek abból, tehát a kép valódi.

c) A rendszer nagyítása az egyes lencsék nagyításainak a szorzata:

$$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2;\ \beta_1 = \frac{x_2}{x_1};\ \beta_2 = \frac{x_2'}{x_1'},\ \text{ahol}\ x_1' = x_2 - d = 10\ \text{cm},\ \text{így}\ \beta = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{x_2'}{x_1'} = \frac{60}{-30} \cdot \frac{20}{10} = -4.$$

A negatív előjelből láthatjuk, hogy a végső kép az eredeti tárgyhoz képest fordított állású és négyszer nagyobb a tárgynál. Mivel $\beta = \frac{y_2}{y_1}$, $y_2 = \beta y_1 = -4 \cdot 5\ \text{cm} = -20$ cm.



43. ábra

d) Nézzük meg a síkpárhuzamos lemez hatását (43. ábra).

Az A pontból kiinduló AI sugár kilépéskor az I_1Q_1 sugarat eredményezi. Az ugyancsak A-ból kiinduló AI sugár merőleges a síkpárhuzamos lemezre, így irányváltozás nélkül megy át azon. A rajzon jól látható, hogy a lemezből kilépő két sugár, I_1Q_1 és I_3Q_2 nem metszi egymást, így nem alkot A-ról valódi képet. A kilépő sugarak meghosszabbításai azonban metszik egymást az A_1 pontban, amely A-nak látszólagos képe. Azaz a jelenség úgy játszódik le, mintha az A pont A_1-be került volna, vagyis a síkpárhuzamos lemez AA_1 szakasszal közelebb vitte volna a tárgyat a lencsékből álló rendszerhez. Számítsuk ki az AA_1 távolságot!

Az MI_1M_1 háromszögből:
$$\left.\begin{aligned} \text{tg}\, i &= \frac{I_1M_1}{MM_1} \\ \text{tg}\, r &= \frac{I_1M_1}{IM_1} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\text{tg}\, i}{\text{tg}\, r} = \frac{IM_1}{MM_1}.$$

De $IM_1 = e$ és $MM_1 = e - \Delta x$, ahol Δx az a távolság, amellyel a síkpárhuzamos lemez az A képét, amely a bal oldali lencse tárgya lesz, közelebb vitte a lencsékből álló rendszerhez.

Ezért $\frac{\text{tg}\, i}{\text{tg}\, r} = \frac{e}{e - \Delta x}$.

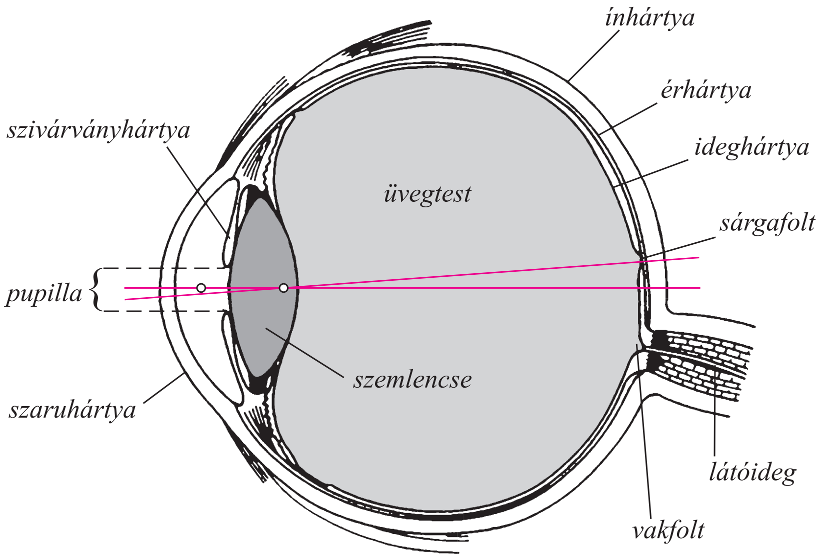
Mivel i és r kis szög: $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{e}{e - \Delta x} = n$, ahonnan $\Delta x = e\frac{n-1}{n}$; $\Delta x \quad 9\frac{0,5}{1,5}$ cm $\quad$ 3 cm.

A síkpárhuzamos lemez által megalkotott A_1 látszólagos kép az L_1 lencse valódi tárgya, 3 cm-rel közelebb került a gyűjtőlencséhez. Könnyű belátni, hogy a tárgyat 3 cm-rel távolítani kell L_1-től, hogy a végső éles kép az ernyőn keletkezzék, ha sem ez, sem a többi lencse nem mozdulhat el.

Megjegyzés. Erről az analitikus megoldásról tudni kell, hogy a második lencsére vonatkozó tárgytávolságot mindig úgy számítjuk ki, hogy az előző lencse által létrehozott kép képtávolságából kivonjuk a két lencse közötti távolságot. Ha ezt megjegyezzük, akkor a módszer alkalmazása könnyebb lesz.

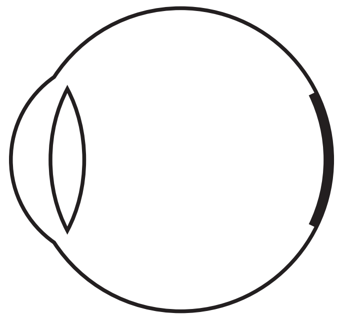
1.4.6. A SZEM MINT OPTIKAI RENDSZER

A szem síkmetszetét a 44. ábrán láthatjuk. A közel gömb alakú szemgolyó fontosabb fénytörő részei: levegő-szaruhártya, szaruhártya-csarnokvíz, csarnokvíz-szemlencse, szemlencse-üvegtest. (Vannak még fénytörések a réteges szemlencse különböző rétegei és az üvegtest, valamint a sárgafolt között is.) Mint láthatjuk, a szemlencse két oldalához tartozó fókusztávolság nem lehet azonos*. Amint azt az anatómiából tudjuk, a tárgyról éles képet a szem törőrendszerének a sárgafolton kell létrehoznia. Mivel ennek a lencsétől való távolsága anatómiailag adott, a különböző távolságokra lévő tárgyakról éles kép csak akkor jöhet létre, ha a szemlencse fókusztávolsága változik. A szemnek azt a tulajdonságát, hogy a tőle különböző távolságokra lévő tárgyakról képes éles képet alkotnia, alkalmazkodásnak vagy akkomodációnak nevezzük. Ez a szemizmok segítségével valósul meg azáltal, hogy azok a főtengely irányára merőlegesen különböző mértékben összenyomják a lencsét, így változnak annak görbületi sugarai, illetve fókusztávolságai.



44. ábra

Bár a fénytörésben a szemlencse a szaruhártyánál jóval kisebb részben vesz részt, alkalmazkodóképessége miatt döntő módon határozza meg a látás minőségét. Az optikában a szem tanulmányozásakor a bonyolult felépítésű szem helyett egyszerű modellt használunk, az ún. redukált szemet. Ezért fizikai szempontból a redukált szemet ábrázoljuk, amely feltétlenül feltünteti a szemlencsét és a retinát (a retinán van a legérzékenyebb sárgafolt) is (45. ábra).



45. ábra. redukált szem

A fényérzet keletkezése igen bonyolult folyamatok eredménye. A vizsgálatok szerint ebben nagy szerepet játszanak az ideghártyának a fényérzékelés szempontjából fontos részei: a csapok és a pálcikák. Ezek a sárgafolton helyezkednek el csoportosan. Regenerálják azokat a vegyi anyagokat, amelyekben fotokémiai (fény hatására végbemenő) folyamatok játszódnak le. A pálcikák látóanyaga a látóbíbor (rodopszin), amely fény hatására felbomlik, elszíntelenedik, majd sötétben újra regenerálódik. Regenerálódásukat nagy mértékben segíti elő az *A*-vitamin. Arra gondolhatnánk, hogy a szemhéjnak csak a szemgolyót nedvesítő szerepe van, ám néha az éles kép fizikai megalapozásában is szerepet játszhat. Előfordulhat – reméljük nem gyakran – hogy bizonyítványosztáskor „bizonytalanabb” léptekkel közeledünk apukánkhoz, ő a jelekből nem sok jóra következtet, ezért jobban meg szeretne nézni bennünket. Ilyenkor szemhéjának enyhe mozgatásával elkeskenyíti azokat a sugarakat, amelyek rólad az ő szemébe jutnak, kirekesztve ezáltal azokat, amelyek szemlencséjének főtengelyétől távolabb haladva jutottak volna a szemébe. Igaz, hogy ilyenkor a keletkezett kép fényszegényebb, de sokkal élesebb. Így a szemhéjak töltik be a fényrekeszek feladatát, azt, hogy csak a paraxiális sugarak vegyenek részt a képalkotásban.

Mivel a valódi tárgyak mindig a szemlencse kétszeres fókuszán kívül vannak, az éles képnek a fókusz és a kétszeres fókusz között kell létrejönnie, közel a fókuszhoz. Ha a

* Említettük, hogy az $f_1 = -f_2$ csak akkor igaz, ha a lencse mindkét oldalán ugyanaz a közeg található.

szemünket fizikai szempontból összehasonlítjuk a fényképezőgéppel, sok hasonlót fedezünk fel. Mindkettő fordított állású képet alkot: az egyik a sárgafolton, a másik a fényérzékeny lemezen. A filmen jól láthatjuk, hogy az rajta kialakult kép fordított állású. Ha más személynek módjában lenne ránézni szemünk sárgafoltjára, ő is észlelné, hogy azon fordított állású kép jött létre. Mi nem a retinánkon keletkezett képet látjuk, hanem csupán annak agyunkban kiváltott hatását érzékeljük. Mivel mi a képet mindig a szemünkbe jutott utolsó sugarak meghosszabbításának irányában keressük, érthető, hogy a képet eredeti állásában, nem pedig *fordítva* látjuk.

Bár mindkét szemünkben kép keletkezik a vizsgált tárgyról, normális állapotban egyetlen képet érzékelünk. Ez akkor valósul meg, ha a keletkezett képek (képpontok) mindkét szemben a szem tengelyétől számítva azonos távolságra jelennek meg. Erről egyszerű kísérlettel könnyen meggyőződhetünk.

Állítsuk függőlegesen két kezünk mutatóujját úgy, hogy az egyik közel, a másik távol legyen a szemünktől. Nézzük a távolabbi mutatóujjunkat: a közelebbit két példányban látjuk. A magyarázat egyszerű. Amikor a távoli ujjunkat nézzük, két szemünk szemtengelye azon metszi egymást. Így arról a két szemünkben egyenértékű kép keletkezik. A hozzánk közelebbi ujjunkról keletkezett képek helyzete nem egyenértékű, ezért két képet látunk. Erről úgy is meggyőződhetünk, hogy az egyik szemünk szemgolyóját kissé megnyomjuk, miközben egy tárgyra összpontosítunk. Ugye két képet látunk?

A két szemmel való látás teszi lehetővé a térbeli látást. Válasszatok ki egy tárgyat, s nézzetek rá hol a bal, hol a jobb szemetekkel! Minden váltásnál úgy tűnik, hogy a tárgy kissé elmozdult. Ebből következik, hogy az ugyanarról a tárgyról a két szemünkben keletkezett kép kevéssé különbözik egymástól. Agyunk ezt a két képet egyesíti egyetlen térhatású képpé. Az iskolai laboratórium sztereoszkópjába helyezzünk olyan fényképet, amelyet két, ún. iker-fényképezőgéppel készítettek el egy tárgyról. Az egyiket úgy, mintha bal szemünkkel, a másikat úgy, mintha jobb szemünkkel néznénk. Ha belenézünk, gyönyörködhetünk a térhatásban. A két szemünkben keletkezett képek különbözőségén alapszik a távolságok felbecsülése is. Ha a tárgy nagyon közel van, a két szemben keletkezett képek hangsúlyozottabban különböznek egymástól, mint távoli tárgyak esetében. Ezeket a különbségeket érzékelve ítélhetjük meg a távolságot. Egy nagyon távoli erdő fáiról már nehezen mondhatjuk meg, hogy a szomszédos fák közül melyik van hozzánk közelebb, mert a két szemünkben keletkezett képek alig különböznek egymástól.

Játékos kísérlettel győződhetünk meg a két szemünk térhatásban betöltött szerepéről.

Vegyetek két hosszú ceruzát. Vízszintes helyzetükben közelítsétek azokat egymáshoz úgy, hogy a két ceruzahegy érintkezzék. Ha a műveletet úgy végzitek, hogy mindkét szemeteket használjátok, minden bizonnyal sikerülni fog.

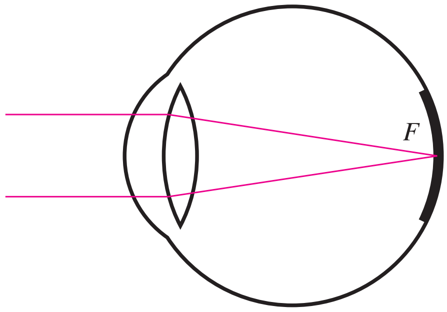
Csukjátok be az egyik szemeteket, és ismételjétek meg a kísérletet! Ha a kísérletet az osztályban végzitek, hallhatjátok társaitok nevetését. Nem sikerült! Ha megismétlitek, újabb „kudarc” ér. Ne búsuljatok. Ti is nevetni fogtok, amikor társaitok hasonló módon járnak el.

A szem felbontóképességén a már említett minimális látószög (határszög) fordított értékét értjük. Ennek el kell érnie bizonyos értéket úgy, hogy a tárgy két pontjáról keletkező kép ne egyetlen csapon keletkezzék. Ha ez így történik, a két pontot nem tudjuk egymástól különválasztani.

1.4.6.1. Normális szem. Szemhibák és a hibák javítása

Amint tudjuk, az akkomodáció a szemizmok segítségével jön létre azáltal, hogy változik a szemlencse görbületi sugara és ezzel a fókusztávolság is. Mindez azonban csak bizonyos határok között történhet. Ennek megfelelően minden szemre kell lennie egy legnagyobb és egy legkisebb távolságnak, amelyen belül a szem tisztán lát. A legnagyobb távolságot, ameddig a szem még tisztán lát, a tisztalátás legnagyobb távolságának, amelyen belül már nem lát a tisztalátás legkisebb távolságának nevezzük. E távolságoknak megfelelő pontokat távolpontnak, illetve közelpontnak nevezzük. Minden szemre létezik egy olyan távolság is, amely esetén a szem a vizsgált tárgy legtöbb részletét tisztán, élesen látja. Ilyen távolságra tartjuk olvasás közben szeműnktől a könyvet.

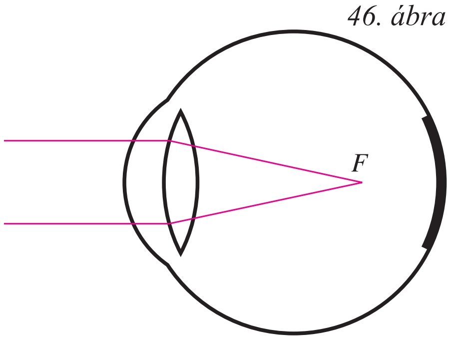
A normális szemre vonatkozóan a tisztalátás legnagyobb távolsága végtelen. Ilyenkor a szemlencse a lehető leglaposabb, vagyis a fókusztávolsága, görbületi sugarai a legnagyobbak. Az ilyen szemre az jellemző, hogy az izmok elernyedt állapotában a fókuszpont a retinára esik. A közelpont távolsága az életkor függvénye. Nagyon kis gyermekeknél 7 cm, 20 éves korig 10 cm, illetve a 40 éves embereknél 22 cm körüli. A tisztalátás (éleslátás) távolsága pedig 25 cm (46. ábra).



46. ábra

A szemhibák vagy a szem fénytörő rendszerére, vagy a szemgolyó méretére vezethetők vissza.

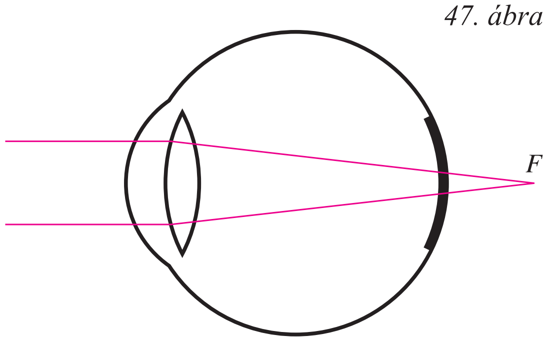
A rövidlátó szemnek vagy túl nagy a szem fénytörő rendszerének a törőképessége, vagy túlságosan nagy a szemgolyó mérete, természetesen a kettő együtt is fennállhat (47. ábra).



47. ábra

Az említett okok miatt a fókuszpont a retina elé, az üvegtest belsejébe kerül. Miért hívjuk az ilyen szemet rövidlátónak? Emlékezzünk a gyűjtőlencse képalkotására. Ha a valódi tárggyal közeledünk a lencséhez, a kép egyre távolodik attól. Mivel a képnek a retinára kell esnie, a rövidlátó közel hozza szeméhez a tárgyat, azaz nagyon kis távolságról nézi azt.

Ha a szem törőrendszerének nem elég nagy a törőképessége, vagy a szemgolyó túlságosan kis mélységű, akkor a szemlencse fókusza a retinán kívülre esik. Akinek ilyen a szeme, igyekszik távolítani a tárgyat a szemétől, mert ilyenkor a kép közeledik a lencséhez, azaz ráeshet a sárgafoltra. Ezért nevezik távollátónak az ilyen szemet (48. ábra).



48. ábra

A fiatalkori távollátást meg kell különböztetni az öregkoritól. Idősebb korban egyrészt a szemlencse veszít rugalmasságából, másrészt a szemizmok is elernyedhetnek, így nem képesek a szemlencse fókusztávolságát eléggé csökkenteni. Ez az öregkori távollátás.

Felhasználva az optikai lencsékről szóló ismereteinket, már készek is vagyunk arra, hogy az említett szemhibákon segítsünk. A rövidlátónak szórólencsét ajánlunk, mert az a szemébe lépő sugarakat kissé szétszórja. Így, ha megfelelő módon választják meg annak törőképességét, akkor a szemüvegből és a szemből álló optikai rendszer az éles képet a sárgafolton hozza létre.

A távollátót gyűjtőlencsével látjuk el, ugyanis ez segít a törőképesség növelésében. A gyűjtőlencse a szembe jutó sugarakat enyhén összetartókká teszi, a szem gyenge törőrendszere pedig a képet a sárgafoltra hozza.

Végezzetek el néhány egyszerű kísérletet! Helyezzetek az optikai padra egy gyűjtőlencsét, amely a szem lencséjének felel meg. Egy ernyőn hozzátok létre egy égő gyertya éles képét! Az ernyő feleljen meg a sárgafoltnak. Ha az ernyőt kissé távolítjátok a lencsétől, a kép már nem lesz éles. Könnyű elképzelni, hogy ilyen esetben a lencse fókuszpontja is közelebb esik a lencséhez, tehát az ernyő (a sárgafolt) előtt van. Ha egy megfelelő fókusztávolságú szórólencsét helyeztek a gyűjtőlencse elé, a képet az ernyőn ismét élesen állíthatjátok elő.

Hasonló kísérletet végezhettek „távollátó szemmel” is. Miután létrehoztátok az éles képet az ernyőn, közelítsétek az ernyőt a lencséhez. Az éles kép az ernyő elmozdítása előtti helyzetében jönne létre, vagyis az elmozdított ernyő mögött ugyanúgy, mint a távollátó szem esetén. Megfelelő gyújtótávolságú gyűjtőlencsét a már használt lencse elé helyezve ismét éles képet hozhatunk létre az ernyőn.

Megjegyzés. Ha rosszul látsz, szemorvoshoz kell menned. Ellenkező esetben a szemizmok erősen megterheltekké válnak alkalmazkodási „igyekezetükben”, és elfáradnak, ami a szem további romlásához vezethet.

MEGOLDOTT FELADATOK

1. Egy rövidlátó távolpontja 50 cm-re, közelpontja pedig 7 cm-re van a szemétől. Milyen törőképességű szemüveget kell használnia, ha a végtelenben levő tárgyat akarja látni? Mi lesz a tisztalátás legkisebb távolsága, ha felteszi a szemüvegét? (A szemüveg és a szem közötti távolságot hanyagoljuk el.)

Megoldás

A rövidlátónak olyan szemüveget kell hordania, mely a végtelenben levő tárgyat a szemtől $D = 50$ cm távolságra hozza. Erre olyan szórólencse alkalmas, melynek a fókusztávolsága $f = -50$ cm, mert egy valódi, végtelenben levő tárgyról a fókuszsíkjában alkot képet. Ez a látszólagos kép ugyanazon az oldalon keletkezik, mint amely felől a sugarak a lencsére estek. A szórólencse által megalkotott látszólagos kép a szemnek valódi tárgya lesz.

Ezt az ismert összefüggésekkel is bizonyíthatjuk. $\frac{1}{f} = \frac{1}{D} \quad \frac{1}{\infty}$, ebből: $f = D$.

Alkalmazzuk az előjel-konvenciót: $D = -50$ cm, mert a rajzon a távolpont balra van a szemtől. Tehát $f = D = -50$ cm.

A feladat második részének megoldásakor vegyük észre, hogy egy tárgytávolságot keresünk, amelyről $d = -7$ cm távolságban levő képet kell előállítanunk az f fókusztávolságú szórólencsével. $\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$, ahol $f = -50$ cm és $x_2 = d = -7$ cm.

$$\frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{f}, \text{ ahonnan } x_1 = \frac{x_2 f}{f - x_2} = \frac{-7(-50)}{-50+7};\ x_1 \approx -8{,}14 \text{ cm}.$$

2. a) Egy rövidlátó távolpontja 40 cm-re van a szemétől. Milyen gyújtótávolságú lencsét használjon, hogy a végtelenbe lásson?

b) Ha 10 δ törőképességű lencsét használ, akkor alkalmazkodás nélkül látja a közelpontjában levő tárgyakat. Mekkora a tisztánlátás legkisebb távolsága?

c) Megöregedve távollátóvá válik. Milyen szemüveget kell használnia, hogy 25 cm-re lásson élesen (Elhanyagolhatjuk a szem és a szemüveg közötti távolságot.)

Megoldás

$x_2 = -40$ cm, $x_1 \to -\infty$.

a) Alkalmazzuk a távolságok egyenletét: $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$. Mivel $x_1 = -\infty \Rightarrow f_1 = x_2 = -40$ cm.

b) Ahhoz, hogy alkalmazkodás nélkül lásson, a közelpontban levő tárgy képét a 10 δ-ás lencsével a szemtől 40 cm-re kell előállítania. Ekkor: $f_2 = \frac{1}{10}\text{ m} = 10\text{ cm};\ x_2' = -40\text{ cm};\ x_1' = ?$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1'};\ \frac{1}{x_1'} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{f_2}, \text{ vagy: } x_1' = \frac{x_2' f_2}{-x_2' + f_2} = \frac{-40 \cdot 10}{40+10} = -8 \text{ cm},$$ a tisztalátás legkisebb távolsága tehát 8 cm.

Észrevehetjük, hogy a 10 δ-ás lencse tárgya 8 cm-re van a lencsétől, amelyről az látszólagos képet állít elő attól 40 cm-re. Ez a látszólagos kép a szemlencsénknek a tárgya.

c) Ebben a feladatban a tárgynak kell 25 cm-re lennie a szemtől, a szemüvegnek a képet pedig a távolpontban, azaz 40 cm-re kell előállítania.

Így az új adatok: $x_1'' = -25$ cm; $x_2'' = -40$ cm, $f_3 = ?$, $\frac{1}{f_3} = \frac{1}{x_2''} - \frac{1}{x_1''} = \frac{x_1'' - x_2''}{x_2'' x_1''}$,

$$f_3 = \frac{-40(-25)}{-40+25} = \frac{25 \cdot 40}{40-25} = 66{,}66 \text{ cm}.$$

3. Függőleges optikai főtengelyű, 40 cm görbületi sugarú homorú tükörbe kevés átlátszó folyadékot öntünk. A rendszer fölött 30 cm-re fénylő tárgy található, amelyről két, ernyőn felfogható képet kapunk. A közelebbi kép a tükör fölött 30 cm-re keletkezik.

a) Mekkora a tükörben lévő folyadék törésmutatója?

b) Milyen távol keletkezett a második kép?

Megoldás

a) Azért van két kép, mert egyet a homorú tükör, egyet pedig a homorú tükörből és folyadéklencséből álló rendszer alkot. A folyadéklencsének síkdomborúnak kell lennie, és kétszer vesz részt a fénytörésben: egyszer akkor, amikor a fény először megy át rajta, másodszor pedig akkor, amikor a tükörből visszaverődve újból átmegy a folyadéklencsén. Abból, hogy a tükörből és a két folyadéklencséből álló rendszer törőképessége nagyobb, mint a homorú tüköré egymagában, az következik, hogy a kisebb távolságra keletkezett képet a tükörből és a két folyadéklencséből álló rendszer hozta létre.

Gyűjtőlencserendszer esetén a képtávolság akkor egyenlő a tárgytávolsággal, ha a tárgy a kétszeres fókuszban van. Ebből következik, hogy a tükörből és a két folyadéklencséből álló rendszer fókusztávolsága: $f = \frac{x_1}{2} = \frac{x_2}{2} = 15$ cm.

Mivel $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_{\text{tükör}}} + 2\frac{1}{f_{\text{fl}}}$, ahol f_{fl} a folyadéklencse fókusztávolsága, $\frac{1}{f} = \frac{2}{R} + 2\frac{n-1}{R}$, mert a síktörőfelület görbületi sugara végtelen felé tart. Az adatok alapján a fenti összefüggésből kiszámítható az egyetlen ismeretlen, az n: $n = \frac{4}{3}$.

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2'} + \frac{1}{x_1'}$ és $x_1' = x_1$, a tükör egyenletéből $\frac{1}{x_2'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x_1}$;

$$\frac{1}{x_2'} = -\frac{2}{40} - \frac{1}{-30} = -\frac{2}{40} + \frac{1}{30} = -\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{-3+2}{60} \Rightarrow x_2' = -60 \text{ cm}.$$

A kép tehát a tükör fölött van 60 cm-re. Mivel a tárgy felől a fény fentről haladt lefelé, ezért a lefelé mutató irány a pozitív előjelű.

Fontos megjegyzés. A geometriai optikát általában kétféle megközelítésben tárgyalják: a) fizikai módszer, b) matematikai (analitikai) módszer szerint.

A fizikai módszer alapján az előjelet a tárgy, a kép és a fókusz jellege határozza meg. Valódi fókusz, valódi tárgy és valódi kép esetén a fókusztávolság, a tárgytávolság, a képtávolság pozitív előjelű, és negatívak ezek az adatok, ha a fókusz-, a tárgy- és a kép látszólagos. Könnyű belátni, hogy a lencsék esetében a fókusztávolság előjele mindkét módszer szerint azonos. Tükrök esetén azonban éppen ellentétes. Például homorú tükröknél a tükörtől balra levő fókusz esetében a matematikai vizsgálat szerinti fókusztávolság negatív, fizikai vizsgálat szerint azonban pozitív, mert a homorú tükörnek valódi fókusza van.

Az ilyen típusú feladatok megoldásánál (lásd 3-as feladat) mindig a fizikai módszert kell alkalmazni. Ezért vettük pozitív előjellel a homorú tükör fókusztávolságát.

KÉRDÉSEK ÉS FELADATOK

1. Az űrhajósok elbeszéléseiből tudjuk, hogy az űrhajóból a csillagok felé tekintve minden oly rideg és barátságtalan, mert meg sem mozdulnak, nem változtatják sem helyüket, sem fényerősségüket, ahogyan azt a Földről nézve megszoktuk. Mivel magyarázhatjuk ezt?

2. Valaki azt állítja, hogy lehetséges olyan kétszerdomború lencse, amely szórólencse szerepét töltheti be. Igaz-e ez az állítás?

3. A víz felszínén szaladgáló vízipók szürkés színű. Ha valamilyen oknál fogva víz alá kerül, csillogóvá válik. Mit gondolsz, miért? (Ne kényszerítsük hosszabb ideig víz alá, mert elpusztul!)

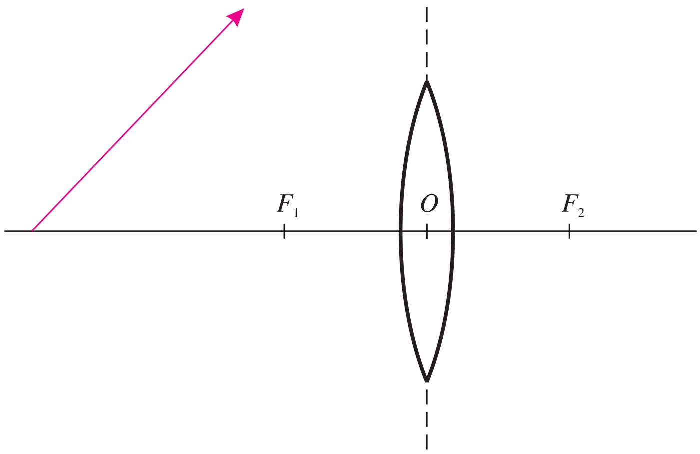
4. Meleg nyári napon az autóból az aszfaltot nézve a távoli része vizesnek tűnik. Amikor megközelítjük a nedvesnek tűnő részt, ott nyomát sem találjuk a víznek. Mivel magyarázzuk a jelenséget?

5. Mindenki ismeri a jó tanácsot: „ Ne kergess délibábot!" A sivatagban utazók nem mindig tartották be ezt a tanácsot, ezért sokan odavesztek. Vajon miért?

6. Miért tehetjük általában kétféle helyre is a lencsét a tárgy és az ernyő közé úgy, hogy éles képet kapjunk (a tárgy és az ernyő közötti távolság változatlan marad.)

7. Ha a teliholdat akkor pillantjuk meg, amikor a házak közelében van, jóval nagyobbnak látjuk, mint amikor a fejünk fölött van, annak ellenére, hogy a róla készült képeken azonos méretű. Mi ennek a magyarázata?

8. Szerkesszük meg a 49. ábrán látható, a lencsénél nagyobb méretű tárgy képét!



49. ábra

9. Mekkora az n törésmutatójú prizma törőszöge, ha i szöggel történő beesés esetén a kilépési i' szög egyenlő i-vel?

M: $A = 2 \arcsin \dfrac{\sin i}{n}$.

10. Homogén anyagból készített síkfelületre párhuzamos sugárnyaláb 60°-os szög alatt esik be. Mekkora szöget zár be egymással a visszavert, illetve a megtört fénysugár, ha a közeg törésmutatója $\sqrt{3}$?

M: 90°.

11. Egy elég hosszú üvegrúd bal oldali vége domborúra (gömb alakra) van csiszolva úgy, hogy görbületi sugara 10 cm. Az n = 1,5 törésmutatójú rúd domború bal oldali végétől 40 cm-re, a levegőben pontszerű fényforrás található. A gömbfelület csúcsától milyen távolságban keletkezik a kép?

M: 7,5 cm.

12. Levegőben az $n = 3/2$ abszolút törésmutatójú gyűjtőlencsének a fókusztávolsága f. Hányszorosára változik meg a fókusztávolsága, ha rendre $n_1 = 1{,}4$, $n_2 = 1{,}5$ és $n_3 = 1{,}6$ abszolút törésmutatójú folyadékba helyezzük?

M: $\frac{f_1}{f} = 7;\ \frac{f_2}{f} \to \infty;\ \frac{f_3}{f} = -8$

13. 10 cm-re balra az $n = 1{,}5$ törésmutatójú síkdomború lencsétől, a főtengelyre merőlegesen elhelyezett tárgyról a lencse kétszer nagyobb, fordított állású képet alkot. Mekkora a lencse fókusztávolsága, és mekkora a törőképessége?

M: $f = \frac{20}{3}\ \text{cm} \quad \frac{0{,}2}{3}\ \text{m},\ C \quad 15\ \delta.$

14. Valaki azokat a tárgyakat látja tisztán, amelyek a szemétől $d_{min} = 6$ cm és $d_{max} = 13{,}5$ cm távolságtartományba esnek. Látásának javítása céljából olyan szemüveget használ, amelyet szemétől 1 cm távolságra elhelyezve alkalmazkodás nélkül jól látja a rendkívül nagy távolságra levő tárgyakat.

a) Milyen szemhibája van az illetőnek?

b) Milyen jellegű a szemüveg, és mekkora a lencse fókusztávolsága?

Idővel szeme alkalmazkodóképessége a korábbi 6 cm-ről 12 cm-re nő, miközben a tisztalátás legnagyobb távolsága a régi marad. Milyen határok között lát tisztán, ha a régi szemüvegét használja? Segít-e ez a közeli tárgyak látásában?

M. Az ember rövidlátó, szemüveglencséje szóró jellegű, fókusztávolsága $f = -12{,}5$ cm. A közeli tárgyak tisztánlátásában a régi szemüveg csak ront, mert jól csak a 92,66 cm és a végtelen közé eső távolságban levő tárgyakat látja tisztán. Az ilyen szemű embernek bifokális szemüveget kell használni, amelynek alsó, illetve felső része két különböző gyújtótávolságú lencséből áll.

1.4.7. Optikai eszközök

Az optikai eszközök fogalmát leegyszerűsítve azt mondhatjuk, hogy olyan berendezések, amelyek a fény terjedési irányát, összetételét stb. előre meghatározott célból megváltoztatják.

Mi egyelőre csak olyan eszközökről tanulunk, amelyek képalkotás céljából a fény terjedési irányát változtatják meg. Ezek közé tartozik például az egyszerű nagyító, a fényképezőgép, a mikroszkóp, a különféle vetítőgépek, távcsövek stb. A továbbiakban a fényképezőgépről és a mikroszkópról tanulunk.

Az optikai eszközöket több szempont szerint osztályozhatjuk, például aszerint, hogy milyen jelenség alapján változtatják a fény irányát, lehetnek a fényvisszaverődést (tükrös eszközök) vagy a fénytörést (prizmás, lencsés) hasznosító eszközök. Számos optikai eszköz mindkét jelenséget hasznosítja. Egy másik osztályozás azon alapul, hogy milyen jellegű a rendszer által létrehozott végső kép: valódi-e vagy látszólagos?

Az optikai eszközök jellemző adatai közé tartozik a feloldási határ, valamint a feloldó- vagy felbontóképesség. Az előbbin annak az egymáshoz legközelebb fekvő két pontnak a távolságát értjük, amelyet a képen még meg tudunk különböztetni. A felbontóképesség a feloldási határ fordított értéke, ezért a felbontóképesség annál nagyobb, minél közelebb van egymáshoz a két pont, amelyet a képen még jól láthatóan meg tudunk különböztetni.

Az optikai eszközök fontos adatai közé sorolhatjuk a különböző nagyításokra vonatkozó adatokat.

Lineáris (vonalas) transzverzális nagyítás. Ezt az adatot a valódi képek előállítására szolgáló eszközök jellemzésére használják. Ez alatt az optikai leképezés során keletkezett kép vonalas méretnek és a tárgy vonalas méretének az arányát értjük, amikor a tárgy merőleges az optikai rendszer főtengelyére. Ennek négyzetét területi nagyításnak hívjuk.

Nagyítóképesség (erősség) alatt az optikai eszközön át vizsgált tárgy látószöge (α_2) tangensének és a főtengelyre merőlegesen elhelyezett tárgy vonalas méretének az arányát értjük:

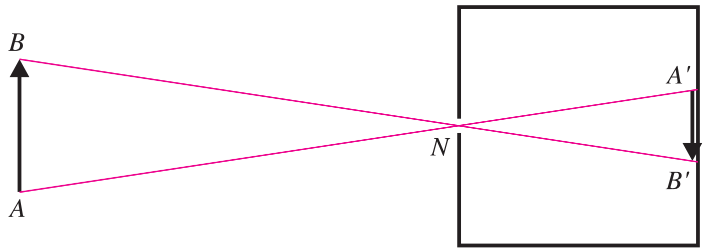
$$P = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha_2}{y_1}.$$

A *szögnagyítás* az optikai eszközön át vizsgált tárgy látószöge (α_2) tangensének, valamint a tisztalátás távolságában elhelyezett tárgy látószöge (α_1) tangensének az arányát értjük:

$$G = \frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1}.$$

1.4.7.1. A FÉNYKÉPEZŐGÉP

Ha a szobát elsötétítő függönyön egy kis rés van, a szoba szemközti falán fejjel lefelé láthatjuk mozogni a függöny előtt a nappali fényben elhaladókat. Készítsetek az 50. ábrán látható készülékhez hasonló sötétkamrát (latin nevén camera obscurát)! A zárt falú doboz egyik oldalán kis nyílás található, ezzel szemben pedig áttetsző zsírpapír (pauszpapír) vagy mattüveg. Ha a nyílás elé égő gyertyát állítunk, a mattüvegen vagy papíron kirajzolódik a gyertya fordított állású képe.



50. ábra

Az *A'B'* kép és az *AB* tárgy vonalas méretének arányát a kép, illetve a tárgy (*N*) nyílástól mért távolságának aránya adja meg. Ha a nyílást bizonyos határon belül szűkítjük, a kép kevésbé fényessé de sokkal élesebbé válik*. Régebben ilyen eszközökkel készítettek fényképeket oly módon, hogy a mattüveg helyére fényérzékeny anyaggal bevont lemezt helyeztek, melynek bevonatán fény hatására vegyi elváltozások jöttek létre. Mivel ezek a készítmények nem voltak elég hatékonyak, a személynek, akiről képet szerettek volna készíteni, hosszú ideig kellett a sötétkamra előtt mozdulatlanul ülnie, hogy a fényérzékeny lemezre jutó fény azon érzékelhető változásokat okozzon. Ezért tűnnek olyan merevnek a lefényképezett személyek a régi fényképeken.

Annak érdekében, hogy a sötétkamrába viszonylag rövid idő alatt több fény jusson, a nyílásba gyűjtőlencsét, illetve gyűjtőlencserendszert helyeztek. A lencserendszer segítségével küszöbölhetők ki a különböző lencsehibák. A mai fényképezőgépek is ilyen lencserendszer segítségével alkotják a képet, ezt a rendszert nevezzük *objektívnek.*

A fényképezőgép legfontosabb részei az eddig megismert két fontos alkotóján, a sötétkamrán és az objektíven kívül: a képkereső, a filmlemeztartó és a filmtovábbító szerkezet, a megvilágítás idejét szabályozó zár, illetve a fényrekesz (blende). A fényrekesz révén érjük el azt, hogy a képalkotásban paraxiális sugarak vegyenek részt. A modern gépeken számos, a fényképezés megkönnyítését szolgáló tartozék is található, ilyen a távolságmérő, a megvilágításmérő, a különböző színszűrők stb. A különböző távolságban levő tárgyak éles képének a beállítását az objektív és a fényérzékeny lemez közötti távolság változtatásával érjük el.

A fekete-fehér fényképezésre szolgáló lemezek (a negatív kép készítésére alkalmas filmek) fényérzékeny (fotoemulziós) rétegét zselatinszerű anyagba ágyazott, kis átmérőjű (1 μm) ezüst-bromid kristályszemcsék alkotják. Fény hatására a szemcsék elbomlanak, ezüstatomok jönnek létre. Ez a fotokémiai folyamat a szemcsék kis mérete miatt láthatatlan, ezért a létrejött képet rejtett vagy latens képnek nevezzük. A kép a film sötétkamrában történő előhí-

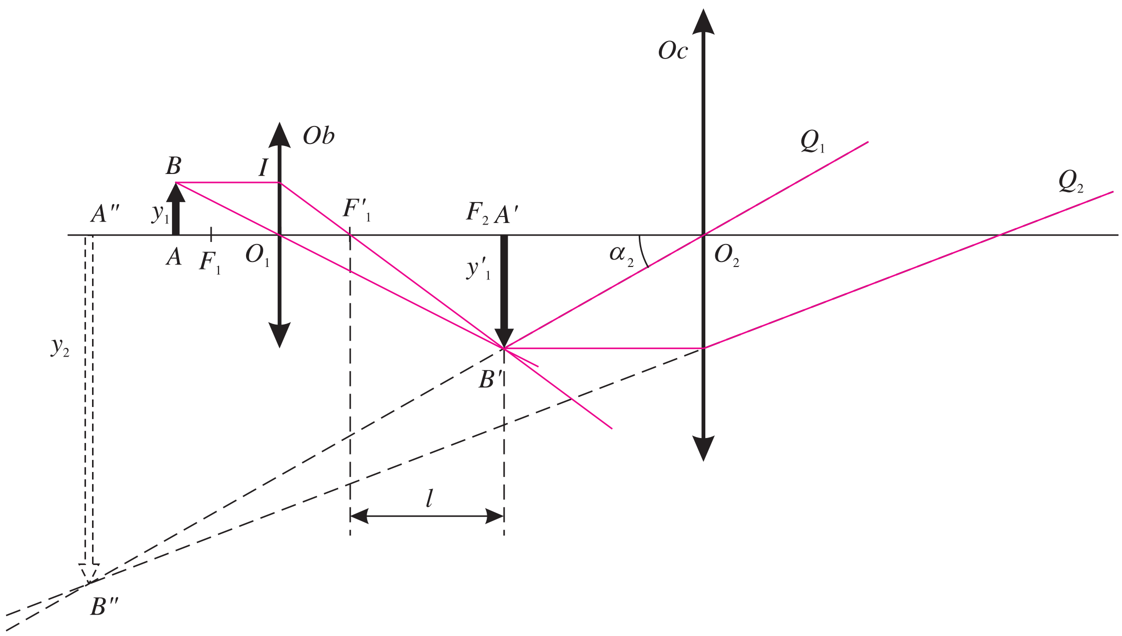
* Azokat a jelenségeket, amelyek miatt a kép homályossá, kevésbé élessé válik, csak a felsőbb osztályokban fogjuk tanulni.

vása során válik láthatóvá, amikor az előhívó oldatba helyezett filmen az ezüstkristály gócok fémes ezüstté redukálódnak a korábbi megvilágítástól függő mértékben. Azokat az ezüst-bromid kristályokat, melyeket nem ért fény, az előhívást követő rögzítés (fixálás) során oldjuk ki a film emulziós rétegéből, ezt követően a film elveszti fényérzékeny voltát.

Az előhívás és rögzítés után a negatív filmen az erősebben megvilágított részek sötétebbek lesznek, a kevésbé megvilágítottak pedig világosabbak. Ahol a filmet nem érte fény, ott az teljesen áttetszővé, világossá válik. A pozitív képet a negatív filmen immár láthatóvá vált kép nagyításával vagy másolásával hozzuk létre. A filmen keresztül a képet fotoemulziós réteget tartalmazó papírra (fotópapírra) vetítjük (ez a nagyítás), vagy a film alá fényérzékeny papírt helyezünk, és azt a filmen keresztül világítjuk meg (másolás). A fotópapíron az immár pozitív kép az előzőekben már ismertetett előhívás és rögzítés után válik láthatóvá.

1.4.7.2. A MIKROSZKÓP

A mikroszkóp a hozzánk közeli, nagyon parányi tárgyak látószögének nagyítására alkalmas optikai eszköz. Két alapvető optikai eleme a *tárgylencse* (*objektív*), illetve a szemlencse (*okulár*). Az objektív kis fókusztávolságú gyűjtőlencserendszer, amely a fókuszának közelében elhelyezett tárgyról valódi nagyított képet állít elő. Az okulár megfelelő beállításával ez a kép a szemlencse valódi tárgyává válik, amelyről látszólagos képet alkot (51. ábra).



51. ábra

Az 51. ábra alapján állapítsuk meg a mikroszkóp nagyítóképességét, valamint a szögnagyítást. Vegyük figyelembe, hogy a tárgylencse (*Ob*) által létrehozott *A'B'* kép az okulár (*Oc*) fókuszához nagyon közel esik, ezért az *A'* pont majdnem egybeesik az okulár F_2 fókuszával.

Normális szem akár a végtelenbe is állíthatja az *A''B''* látszólagos képet, mert az ilyen szem alkalmazkodás nélkül lát a végtelenbe. Ekkor a *B''* pontból kiinduló $B''Q_1$ és $B''Q_2$ sugarak párhuzamosak lennének, a szemünkbe jutva megtörnének, és a szemlencse sárgafoltján levő fókuszsíkban hoznák létre a *B''* éles képet.

Ezért írhatjuk a nagyítóképességre (*P*): $P = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha_2}{y_1}$ és $\operatorname{tg}\alpha_2 \approx \dfrac{y_1'}{f_2}$ és

$$P = \frac{y_1'}{y_1 f_2}. \qquad (66)$$

Az $A'B'F_1'$ és az IO_1F_1' háromszögek hasonlóságából írhatjuk:

$$\frac{A'B'}{O_1I}=\frac{F_1'A'}{F_1'O_1},\ \text{illetve}\ \frac{y_1'}{y_1}=\frac{e}{f_1}. \tag{67}$$

ahol e a két lencse fókuszpontja közötti távolságot jelöli.

A (66) és a (67) összefüggésből következik $P=\dfrac{e}{f_1f_2}$.

Amint tudjuk, a szögnagyítást a

$$G=\frac{\mathrm{tg}\,\alpha_2}{\mathrm{tg}\,\alpha_1} \tag{68}$$

összefüggés fejezi ki, ebben $\mathrm{tg}\,\alpha_2=\dfrac{y_1'}{f_2}$ és $\mathrm{tg}\,\alpha_1\ \dfrac{y_1}{d}$, ahol d = 25 cm = 0,25 m a tisztánlátás távolsága. Ezért $G=\dfrac{\dfrac{y_1'}{f_2}}{\dfrac{y_1}{d}}$ vagy $G=\dfrac{dy_1'}{f_2y_1}=\dfrac{de}{f_1f_2}$, illetve $G=dP$.

A mikroszkóphoz több tárgylencsét és szemlencsét készítenek, és ezeket többféle összeállításban lehet használni.

Megoldott feladatok

I. Adott két, azonos görbületi sugarú gyűjtőlencse, amelyek fókusztávolsága f = 15 cm és f_1 = 10 cm. A kisebb fókusztávolságú lencse anyagának abszolút törésmutatója n_1 = 3/2. A két lencsének a főtengelyre merőleges mérete egymástól különbözik, mivel a nagyobb gyújtótávolságú lencse magassága nagyobb. A kettőből centrált, vékony lencsékből álló illesztett rendszert hozunk létre.

1. Mekkora a nagyobb fókusztávolságú lencse anyagának a törésmutatója?
2. Miért keletkezik valamely tárgyról két kép?
3. Mi a feltétele annak, hogy
   a) mindkét kép látszólagos legyen;
   b) az egyik látszólagos, a másik valódi legyen;
   c) mindkettő valódi legyen?
4. Mekkorának kell lennie a valódi tárgy távolságának, hogy az egyik lencse által megalkotott kép vonalas mérete kétszer nagyobb legyen a másik kép hasonló méreténél abban az esetben, amikor az egyik kép látszólagos a másik pedig valódi?

Megoldás

1. $\dfrac{1}{f}=(n-1)\left(\dfrac{1}{R_1}-\dfrac{1}{R_2}\right);\ \dfrac{1}{f_1}=(n_1-1)\left(\dfrac{1}{R_1}-\dfrac{1}{R_2}\right);\ \dfrac{f_1}{f}=\dfrac{n-1}{n_1-1};\ n=\dfrac{4}{3}.$

2. Az egyik képet a nagyobb magasságú lencse alkotja, azoknak a sugaraknak a segítségével, amelyek csak rajta haladnak keresztül, a másikat az illesztett lencsék mindegyikén átmenő sugarak alkotják.

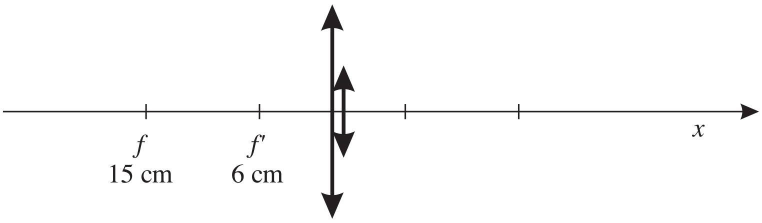
3. Ahhoz, hogy a harmadik kérdéscsoportra válaszolhassunk, ismernünk kell az illesztett lencserendszer fókusztávolságát:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_1} \text{ és } f' = \frac{f \cdot f_1}{f + f_1} = \frac{15 \cdot 10}{15 + 10} \text{ cm} = 6 \text{ cm. (52. ábra)}$$

a) Ahhoz, hogy mindkét kép látszólagos legyen, a tárgynak mindkét rendszerre vonatkozóan a lencse és fókusza között kell lennie. Ezért $|x_1| < 6$ cm.

b) $6 \text{ cm} < |x_1| < 15 \text{ cm}$.

c) $|x_1| > 15$ cm.



52. ábra

4. Könnyű belátni, hogy a valódi tárgynak valahol az *f* gyújtótávolságú lencse gyújtópontja és a két lencséből álló rendszer gyújtópontja között kell elhelyezkednie a lencséktől balra.

Mivel

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \text{ és } \frac{1}{f'} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1}; \ \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f} + \frac{1}{x_1} \text{ és } \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{x_1}.$$

A feltételekből következik, hogy $\frac{x_2}{x_2'} = \ 2$, mert $x_2 < 0$ és $x_2' > 0$, $\frac{1}{-2x_2'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{x_1}$ és

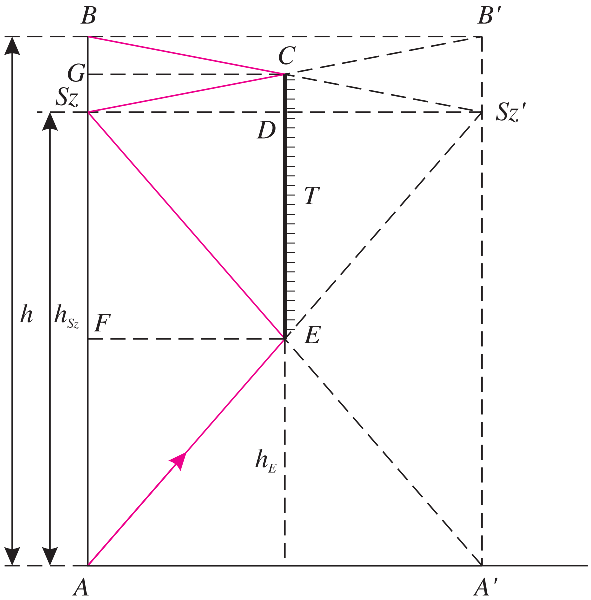
$$\frac{-2}{f} - \frac{2}{x_1} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{x_1}, \ \frac{3}{x_1} = -\frac{2}{f} - \frac{1}{f'} = \frac{-2}{15} - \frac{1}{6} = \frac{-12-15}{90}, \ x_1 = -10 \text{ cm.}$$

II. Egy 180 cm magas ember a szoba falára függesztett, téglalap alakú tükörben nézegeti magát, szeme 164 cm magasságban van a padlóhoz képest (53. ábra). Minimálisan milyen magasságú kell legyen a tükör, és ennek alsó oldala milyen távol kell legyen a padlótól ahhoz, hogy az illető magát teljes egészében láthassa?

Megoldás

Az ábrán az ember szemének (*Sz*), a lába legalacsonyabb pontjának (*A*) és a feje tetejének (*B*) megfelelő képe az *Sz′*, az *A′*, illetve a *B′*. Ezek szimmetrikusak az *Sz*, *A*, illetve *B* pontokkal a *CE* tükör (*T*) síkjára vonatkozóan. Ha az ember két szélső (*A* és *B*) pontjáról egy-egy sugarat ejtünk a szem képének (*Sz′*) irányába, akkor azok a tükör legalsó (*E*), illetve legmagasabban levő (*C*) pontjából a fényvisszaverődés törvényének megfelelően úgy verődnek vissza, hogy azok az ember szemébe jutnak.

Ezért a tükör legalacsonyabb oldala a padlótól $h_E = \frac{h_{sz}}{2} = \frac{164}{2} \text{ cm} = 82 \text{ cm}$ magasságban van. A *B* pontból *Sz′* felé húzott sugárnak a tükör legmagasabban levő pontjából (*C*) kell visszaverődnie ahhoz, hogy a szembe



53. ábra

jusson. Ezért a C pontnak a DC szakasszal fennebb kell lennie a szem magasságánál. Így $DC == \frac{h - h_{sz}}{2} = \frac{180 - 164}{2}\text{ cm} \quad 8\text{ cm}.$

A tükör magassága tehát $h_{\text{tükör}} = ED + DC = 82\text{ cm} + 8\text{ cm} = 90\text{ cm}$.

Oldjuk meg a feladatot az ábráról könnyen felismerhető háromszögek hasonlóságával is!

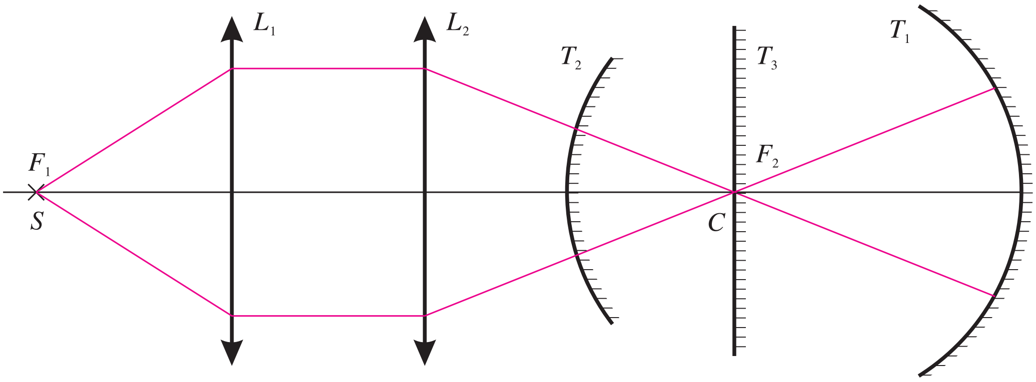
III. Egy S pontból kiinduló fény rendre két közös főtengelyű gyűjtőlencsén halad át, majd ráesik egy homorú tükörre.

a) Hogy kell elhelyezni a rendszert, hogy a tükörről visszavert fény a lencséken ismét áthaladva, a lencsék közötti távolságtól függetlenül a végső képet az S pontban hozza létre?

b) Oldjuk meg a feladatot, ha a homorú tükröt rendre domború, majd síktükörrel helyettesítjük!

Megoldás

a) A feladat úgy oldható meg, ha a második lencsére a főtengellyel párhuzamos sugárnyaláb érkezik. Ehhez az szükséges, hogy az első lencséből a főtengellyel párhuzamos sugarak lépjenek ki. Ez pedig azt feltételezi, hogy az S pontnak az első lencse gyújtópontjában kell lennie. Ahhoz, hogy a homorú tükörről visszaverődő sugarak ugyanazon az úton fordított



54. ábra

irányban haladva az S pontban hozzák létre a képet, az szükséges, hogy a tükörre merőlegesen essenek a második lencsét elhagyó sugarak. Ehhez a homorú tükröt úgy kell elhelyezni, hogy annak görbületi középpontja a második lencse képfókuszában legyen (54. ábra).

b) Hasonló meggondolások miatt a domború tükröt is úgy kell elhelyezni a C görbületi középpontja a második lencse képfókuszában legyen. A síktükröt a főtengelyre merőlegesen kell elhelyezni a második lencse képfókuszában.

IV. Az $n = 1{,}5$ törésmutatójú anyagból készült vékony síkhomorú lencse homorú oldalát tükröző ezüstréteggel vonják be. Az ezüstözött oldal előtt addig mozgatnak egy, a főtengelyre merőleges vonalas tárgyat, míg annak képe fordított állásban a tárgy meghosszabbításában jelenik meg. Megmérve a képnek (tárgynak) az optikai rendszertől való távolságát, azt találták, hogy az $d = 50$ cm.

180°-kal elforgatják az optikai rendszert úgy, hogy a tárgytávolság változatlanul az előbbi érték maradjon. Hol keletkezik és milyen jellegű ebben az esetben az optikai rendszer által megalkotott kép?

Megoldás

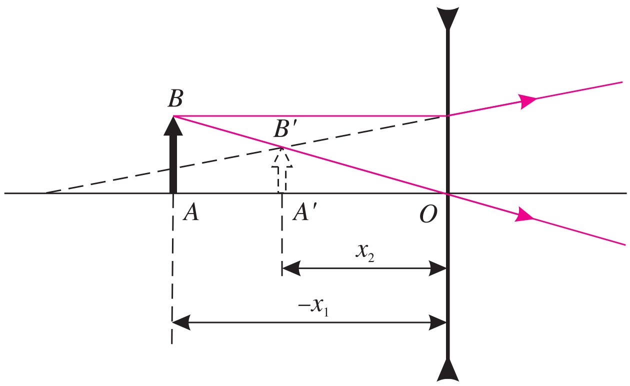
Amikor a tárgy a lencse ezüstözött oldala előtt van, akkor az optikai rendszer úgy viselkedik, mint egy homorú tükör, melynek sugara $R = –d = –50$ cm.

A görbületi sugár ismeretében kiszámolhatjuk a lencse fókusztávolságát: $\frac{1}{f_l} = (n-1)\frac{1}{R}$, mert a síkfelület görbületi sugara a végtelenhez tart. Így:

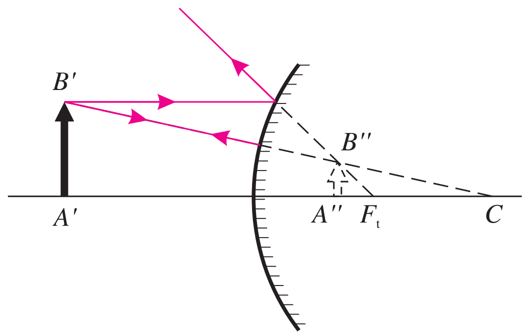
$$f_l = \frac{R}{n-1} = \frac{-50\text{ cm}}{0,5} = -100\text{ cm}.$$

Ha a rendszert 180°-kal elforgattuk, akkor olyan rendszert hoztunk létre, amely egy szórólencséből és egy domború tükörből áll. A lencsén kétszer haladnak át a sugarak, ezek másodszori áthaladási iránya – a tükröző felületről való visszaverődés után – ellentétes az első áthaladási iránnyal. Ezért a rendszer fókusztávolságának kiszámítására nem használhatjuk az illesztett lencsék fókusztávolságai és a lencserendszer fókusztávolsága közötti összefüggést $\left(\frac{1}{f_r} = \frac{1}{f_l} + \frac{1}{f_l} + \frac{1}{f_t}\right)$, amely több illesztett lencse esetén akkor alkalmazható, ha minden lencsén csak egyszer halad át a fény és csak egy irányban.

A feladat megoldása érdekében először számítsuk ki a lencse által megalkotott kép helyzetét, amely tárgya lesz a domború tükörnek. Ez utóbbi által megalkotott kép pedig tárgya lesz a lencsének, amikor ellenkező irányban haladnak át rajta a sugarak (55. ábra).



55. ábra



56. ábra

Amikor a lencsén először haladnak át a sugarak, akkor

$$\frac{1}{f_l} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \text{ és } \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f_l} + \frac{1}{x_1},$$

ahol $f_l = -100$ cm és $x_1 = -50$ cm, $x_2 = -100/3$ cm (56. ábra).

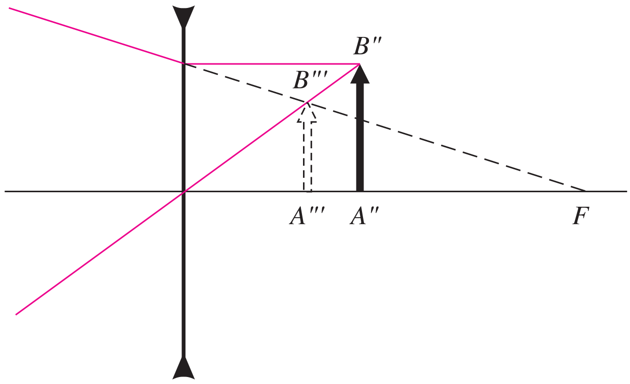
Először alkalmazzuk a gömbtükrökre vonatkozó ismert összefüggéseket:

$$\frac{2}{R_t} = +\frac{1}{x_2'} \quad \frac{1}{x_1'}, \text{ ahonnan}$$

$$\frac{1}{x_2'} = \frac{2}{R_t} \quad \frac{1}{x_1'}, \text{ ahol}$$

$$R_t = -R = 50 \text{ cm és } x_1' = x_2 = -\frac{100}{3}\text{ cm}, \quad \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{25} \quad \frac{3}{100}, \text{ ahonnan}$$

$$x_2' = \frac{100}{7}\text{ cm}.$$



57. ábra

$A''B''$ látszólagos képe a domború tükörnek, de valódi képe a lencsének, mert most a sugarak jobbról balra haladva esnek a lencsére (a pozitív irány mindig a sugarak terjedési iránya, ezért most a lencsétől jobbra eső szakaszok negatívak) (57. ábra).

Alkalmazzuk másodszorra a lencsére vonatkozó adatokat: $\frac{1}{f_l} = \frac{1}{x_2''} - \frac{1}{x_1''}$, ahol

$$x_1'' = -x_2' = -\frac{100}{7}\text{ cm},\ \frac{1}{x_2''} = \frac{1}{f_l} + \frac{1}{x_1''},\ \frac{1}{x_2''} =$$

$$= -\frac{1}{100} - \frac{7}{100} = -\frac{8}{100}\text{ cm}^{-1} \text{ és } x_2'' = -\frac{100}{8}\text{ cm} = -12{,}5\text{ cm}.$$

A végső kép tehát látszólagos, mert nem a lencséből kilépő sugarak oldalán van az egész rendszertől 12,5 cm-re jobbra, az eredeti AB tárggyal ellentétes irányban.

Megjegyzés. Természetesen ennél a feladatnál is lehetne alkalmazni az egész optikai rendszer fókusztávolságának a kiszámítását (lásd a 3. feladat megoldását a 41. oldalon). Ebben az esetben a fizikai fókusztávolságnak megfelelő értéket negatívnak vesszük, hiszen a szórótükörnek látszólagos fókusza van.

V. Két, egyenként $f_1 = 20$ cm gyújtótávolságú, $n_1 = 1{,}5$ törésmutatójú anyagból készült, mindkét oldalán azonos görbületű, vékony gyűjtőlencsét közös főtengelyük mentén egymáshoz illesztenek. Ha a közöttük levő teret folyadékkal töltjük ki, a rendszertől 40 cm-re elhelyezett tárgyról valódi képet alkot 24 cm távolságban.

Számítsuk ki a folyadék törésmutatóját!

Megoldás

Mivel a fény mindegyik lencsén csak egyszer halad át, célszerű az egész rendszerre vonatkozó fókusztávolsággal számolni: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1}$, ahol f a rendszer, és f_2 a folyadéklencse fókusztávolsága. $\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{24} - \frac{1}{-40}$, ahonnan $f = 15$ cm. $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} - \frac{2}{f_1} = \frac{1}{15} - \frac{2}{20}$, ahonnan $f_2 = -30$ cm.

$$\frac{1}{f_2} = (n_2 - 1)\left(\frac{1}{-R} - \frac{1}{R}\right) = -(n_2 - 1)\frac{2}{R}. \tag{1}$$

Mivel $\frac{1}{f_1} = (n_1 - 1)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{-R}\right) = (n_1 - 1)\frac{2}{R}$, $R = 2f_1\cdot(n_1 - 1) = 20$ cm. Az (1)-ből $n_2 - 1 = -\frac{R}{2f_2}$, ahonnan $n_2 = -\frac{R}{2f_2} + 1 = -\frac{20}{2(-30)} + 1$, $n_2 = \frac{4}{3}$.

A feladatot természetesen megoldhatjuk úgy is, hogy az első lencse által megalkotott képet a második lencse tárgyának tekintjük. Oldjátok meg így is a feladatot!

VI. Egy mikroszkóp f_{ob} gyújtótávolságú tárgylencséje (objektívje) d távolságra van az f_{oc} gyújtótávolságú szemlencsétől (okulártól).

a) A nagyítandó tárgyat a tárgyasztalra helyezve addig mozgatjuk a két lencsét változatlan távolságban megtartó tubust, míg a végső kép a végtelenben keletkezik.

Határozzuk meg az objektívre vonatkozó tárgytávolságot!

b) A mikroszkóp tárgyasztalára helyezünk egy *e* vastagságú és *n* törésmutatójú átlátszó lemezt, és erre a tárgyat. Mit kell tenni a mikroszkóp tubusával, hogy a végső kép most is a végtelenben keletkezzék?

c) A tárgyasztalon levő tárgyat a lemezzel lefedjük. Hogyan kell mozgatnunk a tubust az (1) pontnak megfelelő helyzethez képest ahhoz, hogy a végső kép most is a végtelenben keletkezzék?

d) Miért lehet a mikroszkópot úgy beállítani, hogy az objektívből és okulárból álló rendszer a végső képet a végtelenben hozza létre?

Megoldás

a) Ahhoz, hogy a végső kép a végtelenben keletkezzék, az szükséges, hogy az objektív a képet az okulár tárgyfókuszában hozza létre. Ezért $x_2 = d - f_{oc}$. $\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$, ahonnan

$$\frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{d - f_{oc}} - \frac{1}{f_{ob}} \text{ és } x_1 = \frac{f_{ob}d - f_{ob}f_{oc}}{f_{ob} + f_{oc} - d}.$$

b) Mivel a tárgy *e*-vel közelebb került a tárgylencséhez, a tubust *e* értékkel távolítani (emelni) kell.

c) Az *e* vastagságú lemez által megalkotott kép $e\frac{n-1}{n}$ értékkel közelebb került az objektívhez, az egyes pont alábbi helyzetéhez képest a csövet $e\frac{n-1}{n}$ értékkel meg kell emelni.

d) Mivel a rendszer a képet a végtelenben hozná létre, ez azt jelenti, hogy a szemlencséből (okulárból) kilépő sugarak párhuzamosak. Ezeket a szem törőrendszere megtöri és a képet a sárgafolton állítja elő. A normális szem ezt alkalmazkodás nélkül is megteszi.

VII. Egy hosszú üvegrúd egyik végét 5 cm sugarú gömbfelületté alakítják. Az 1 mm magas tárgyat a főtengelyre merőlegesen helyezzük el a levegőben, a gömbfelület csúcsától 20 cm-re. Számítsuk ki a képtávolságot, valamint a kép méretét tudva, hogy az üveg törésmutatója 1,5.

VIII. Egy 5 cm magas, mozgatható, fénylő tárgy és egy mozgatható ernyő köré helyeznek egy rögzített lencsét. Amikor a lencse főtengelyére merőlegesen helyezett tárgy 9 cm, illetve 15 cm távolságra van a lencsétől, a megfelelő távolságban levő ernyőn megjelenik a tárgy éles képe. Számítsuk ki:

a) a lencse fókusztávolságát;

b) a képtávolságot mindkét esetben;

c) a nagyítás értékeit.

Megoldás

a) A lencse gyűjtőlencse, mert az alkot a valódi tárgyról valódi képet. Ahhoz, hogy a gyűjtőlencse két különböző távolságban elhelyezett tárgyról valódi képet alkosson az szükséges, hogy a második esethez tartozó tárgytávolság az első eset képtávolságának feleljen meg. Ezért $-x_1 + x_2 = -x_1' + x_2' = d$, vagyis $d = -(-9 \text{ cm}) + 15 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{15} - \frac{1}{-9} = \frac{24}{15 \cdot 9}\frac{1}{\text{cm}},\ f = 5{,}625 \text{ cm}.$$

b) $x_2 = 15$ cm és $x_2' = 9 \text{ cm}$.

c) $\beta_1 = \frac{x_2}{x_1} = +\frac{15}{-9} = -\frac{15}{9}$ és $\beta = \frac{y_2}{y_1}$; $y_2 = \beta y_1 = \frac{-15}{9}5 \text{ cm} = -8{,}33 \text{ cm}$,

$$\beta_2 = \frac{x_2'}{x_1'} - \frac{-9}{15},\ y_2' \qquad 9 \text{ cm}.$$

IX. Egy 4 cm magas fénylő tárgyat 1 m távolságban helyezünk el egy 80 cm gyújtótávolságú vékony gyűjtőlencsétől a főtengelyre merőlegesen.

a) Hol keletkezik a kép?

b) Mekkora a kép vonalas mérete?

Megoldás

$$\frac{1}{x_2}=\frac{1}{f}+\frac{1}{x_1},\ x_2=\frac{fx_1}{x_1+f}=\frac{80(-100)}{-100+80}\ \text{cm}=400\ \text{cm},\ \beta=\frac{x_2}{x_1}=\frac{400}{-100}=-4;\ \beta=\frac{y_2}{y_1},$$

$$y_2=\beta y_1=-4\cdot 4\ \text{cm}=-16\ \text{cm}.$$

X. Egy 9 cm magas fénylő tárgyat 27 cm-re helyezzük a –18 cm gyújtótávolságú szórólencsétől a főtengelyre merőlegesen.

a) Milyen jellegű a kép?

b) Mekkora a képtávolság, valamint a kép magassága?

Megoldás

a) A kép látszólagos.

b) $\frac{1}{f}=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1},\ \frac{1}{x_2}=\frac{1}{f}+\frac{1}{x_1},\ x_2=\frac{fx_1}{x_1+f}=\frac{-18(-27)}{-27-18}=-10{,}8\ \text{cm}.$

A kép látszólagos és a tárgyoldalon van.

$$\beta=\frac{x_2}{x_1}=\frac{-10{,}8}{-27}=0{,}4,\ \frac{y_2}{y_1}\ 0{,}4,\ y_2=0{,}4\cdot y_1=3{,}6\ \text{cm}.$$

XI. Egy rögzített tárgy és egy rögzített ernyő között szabadon mozoghat egy gyűjtőlencse. Milyen összefüggésnek kell lennie a lencse fókusztávolsága, valamint a tárgy és ernyő közötti távolságnak (*d*) ahhoz, hogy a lencse két helyzetében is éles kép jöjjön létre az ernyőn?

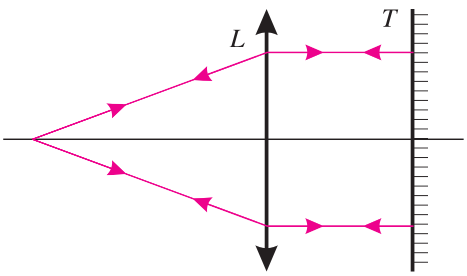
Megoldás

$$-x_1+x_2=d,\ -x_1+\frac{fx_1}{x_1+d}=d,\ d>4f.$$

XII. Hogyan lehetne meghatározni egy gyűjtőlencse fókusztávolságát egy síktükör és egy pontszerű fényforrás segítségével?

Megoldás

A pontszerű fényforrás és a tükör közé helyezzük a lencsét, majd addig mozgatjuk, amíg a tükörről visszaverődő és a lencsén újból áthaladó sugarak ugyanott hozzák létre a képet, ahol a fénylő tárgypont van. Ilyenkor a tárgypont a lencse fókuszában van. A pontszerű tárgyról kiinduló sugarak a lencse főtengelyével párhuzamosan lépnek ki, ezért a lencse főtengelyére merőlegesen elhelyezett síktükörre merőlegesen beeső sugarak önmagukban verődnek vissza. A lencse főtengelyével párhuzamosan beeső sugarak a fókuszban hozzák létre a képet, vagyis ugyanott, ahol a tárgypont is van. A fókusztávolságot pedig úgy kapjuk meg, hogy megmérjük a fénylő pontnak a lencsétől való távolságát (58. ábra).



58. ábra

XIII. Egy edény alján levő pontszerű fényes tárgyról egy függőleges főtengelyű, 20 cm fókusztávolságú gyűjtőlencse a tárgytól 80 cm-re levő ernyőn éles képet alkot. Amikor az edénybe 30 cm magasságú folyadékot öntünk, az ernyőt 12 cm-rel meg kell emelni ahhoz, hogy azon éles kép keletkezzék. Számítsuk ki a folyadék törésmutatóját!

Megoldás

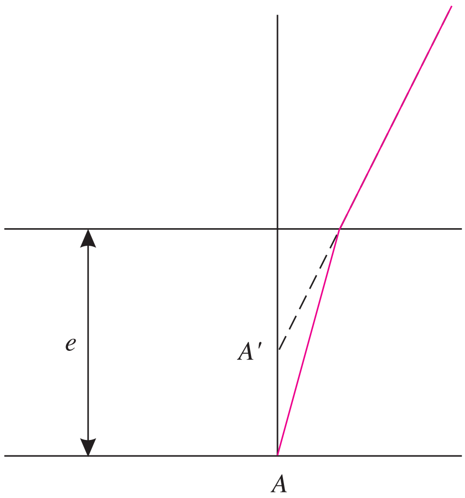
$$-x_1 + x_2 = d,\ -x_1 + \frac{fx_1}{f + x_1} = d,\ - fx_1 - x_1^2 + fx_1 = df + dx_1,\ x_1^2 + dx_1 + df = 0,$$

$$x_1 == \frac{-d \pm \sqrt{d^2 - 4df}}{2},\ x_1 \quad \frac{-80 \pm \sqrt{6400 - 6400}}{2},\ x_1 = -40 \text{ cm és } x_2 = d + x_1 = 40 \text{ cm}.$$

Miután az edénybe beöntöttük az ismeretlen törésmutatója folyadékot, a képtávolság 12 cm-rel megnőtt, tehát $x_2' = (40 + 12)\ \text{cm} = 52\ \text{cm}$.

Számítsuk ki az ennek megfelelő képtávolságot!

$$\frac{1}{x_1'} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{f} = \frac{f - x_2'}{fx_2'},\ x_1' = \frac{fx_2'}{f - x_2'} = -32{,}5 \text{ cm}$$



59. ábra

Ebből láthatjuk, hogy a tárgy $x_1' - x_1 = \Delta x =$ $= (-32{,}5 - 40)$ cm, Δx = 7,5 cm, vagyis a levegőben ennyivel kellett volna közelebb vinni a tárgyat a lencséhez (59. ábra).

Amikor folyadékot öntöttük az edénybe, az edény alján levő tárgy képe közelebb került a felszínhez. Kis szögek esetén (ez a feltétel teljesül, mert a lencse főtengelyén van az A fénylő tárgypont, így annak A' képe is) a látszólagos mélység: $e' = \frac{e}{n}$, ezért az AA' távolság, amivel a tárgy a folyadékban közelebb került a lencséhez: $AA' = e - e' = e - \frac{e}{n} = e\frac{n-1}{n}$. Ez egyenértékű a Δx = 7,5 cm értékkel.

Ezért $e\frac{n-1}{n} = \Delta x$. Mivel e = 30 cm, n = 4/3.

XIV. Egy festőművész csak a 75 cm és 2 m távolságtartományban levő tárgyakat látja tisztán. Ahhoz, hogy jól lássa az „elméletileg” végtelenben levő tárgyakat, valamint a szemétől 25 cm távolságban elhelyezett festőállványt, a szemorvos bifokális szemüveget javasol.

a) Milyen jellegű és mekkora a fókusztávolsága a két lencsének?

b) A táj milyen tartománya fog hiányozni a képről, ha a festő csak a bifokális szemüvegét használva dolgozik?

Megoldás

$$x_1 \to -\infty,\ x_2 = -2 \text{ m},\ \frac{1}{f_1} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \text{ és } f_1 = -2 \text{ m},\ c_1 = -0{,}5\,\delta.$$

Az a lencse, amellyel a végtelenbe lát, szórójellegű.

A másik lencsére a távolságok egyenlete:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1'}.$$

Mivel a lencsének a képet a szemtől 0,75 m-re kell előállítania, a tárgynak pedig 0,25 m-re kell lennie, következik:

$$x_2' = -0,75 \text{ m}, \; x_1' = -0,25 \text{ m}, \; \frac{1}{f'} = -\frac{1}{0,75} + \frac{1}{0,25} \text{ és } f' = 0,375 \text{ m}.$$

A másik lencse tehát gyűjtőlencse.

b) Ennél a kérdésnél azt kell megvizsgálnunk, hogy hol kell lennie a tárgynak ahhoz, hogy az $f = -2$ m gyújtótávolságú lencsével $x_2' = -0,75 \text{ m}$ távolságban, az $f' = 0,375$ gyújtótávolságú lencsével pedig az $x_2 = -2$ m távolságban lásson tisztán.

$$\frac{1}{x_1''} = \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{f} \text{ és } x_1'' = \frac{fx_2'}{f - x_2'} = -1,2 \text{ m},$$

$$\frac{1}{x_2''''} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{f'} \text{ és } x_1'''' = \frac{f'x_2}{f' - x_2} = \frac{0,375(-2)}{0,375 + 2} \text{ m} \cong -0,31578 \text{ m}.$$

A szórólencsével tehát a végtelen és 1,2 m között levő tárgyakat látja, a gyűjtőlencsével pedig a 0,25 m és 0,31578 m közötti tárgyakat látja. Nem látja tehát a 0,31478 és az 1,2 m közötti távolságban levő tárgyakat, így azok kimaradnak a képről.